

PRUEBA II

MATEMÁTICAS IV (PRIMAVERA 2010)

1.- Considere las siguientes matrices

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

1.1) Determine si son matrices diagonalizables o no. Justifique su respuesta (2pts.)

1.2) Diagonalice la(s) matriz(ces) diagonalizable (4pts.)

2.- Considere los siguientes sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

2.1) Encuentre un conjunto de soluciones particulares para el primer sistema (1 punto).

2.2) Encuentre la solución del primer sistema tal que $x(0) = y(0) = 2$ (2.5 puntos).

2.3) Encuentre la solución de segundo sistema tal que $x(0) = y(0) = 2$ (2.5 puntos).

3.- Considere la ecuación diferencial de segundo orden:

$$x'' + 2x' + 2x = 0.$$

3.1) Escriba la ecuación como un sistema lineal de ecuaciones diferenciales (1 punto).

3.2) Encuentre la solución del sistema tal que $x(0) = x'(0) = 1$ (3 puntos).

3.3) Calcule el límite (cuando $t \rightarrow +\infty$) de cualquier solución del sistema (2 puntos).