

Guía de Ejercicios N° 8

Matemáticas II. Semestre Primavera 2010

1. Evalúe las integrales siguientes (si convergen):

i) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2-2x+2} dx$ Resp: π ii) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x \operatorname{sen}(x) dx$ Resp: $\pi - 1$.

iii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{\sqrt{\operatorname{sen} x}} dx$ Resp: 2 iv) $\int_{\frac{3}{2}}^4 (x - \frac{3}{2})^{-\frac{2}{5}} dx$ Resp: $\frac{5}{3}(\frac{5}{2})^{\frac{3}{5}}$.

2. Calcule la suma de las series:

i) $\frac{1}{10} - \frac{1}{50} + \frac{1}{250} - \frac{1}{1250} + \dots$ Resp: $\frac{1}{12}$

ii) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots$ Resp: 0

iii) $3,031717\overline{17}$ Resp: $3,03 + \frac{17}{9900}$

3. Investigar si la serie dada es convergente o divergente:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+7}{n^3+7}$ Resp: Div. b) $\sum_{j=1}^{\infty} \frac{n+1}{n+2}$ Resp: Div.

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3n+2}{n^4}$ Resp: Conv. d) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln(n))^2}$ Resp: Conv.

e) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{10n^2}{n^3-1}$ Resp: Div. f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\frac{3}{2}}}{n^2+4}$ Resp: Div.

g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}^2(n)}{n^2+1}$ Resp: Conv. h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{37n^3+3}}$ Resp: Conv.

i) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln(n)}{e^n}$ Resp: Cov. j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+\operatorname{sen}(n)}{n^2}$ Resp: Conv.

k) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n^{n+1}}$ Resp: Div. l) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2-1}{n^2 3^n}$ Resp: Conv.

m) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{n^2})$ Resp: Conv. n) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4n^2+5}$ Resp: Div.

o) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{e^n}$ Resp: Conv. p) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n+(-1)^n}}$ Resp: Conv.

q) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ Resp: Conv. r) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln(n)}$ Resp: Conv.

s) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+1}$ Resp: Conv. t) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^2}$ Resp: Conv.

4. Demuestre que la serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln(n))^p}$ converge si $p > 1$ y diverge si $p \leq 1$.
5. Investigar si la serie dada converge absolutamente, (es decir, converge la serie formada por los valores absolutos de sus términos), converge condicionalmente (converge pero no absolutamente) o diverge:
- a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$ Resp: Conv. Cond. b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n+1}$ Resp: Conv. Cond.
- c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n)}{n}$ Resp: Conv. Cond. d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$ Resp: Conv. Abs.
- e) $\sum_{n=1}^{\infty} [\ln(\frac{1}{n})]^n$ Resp: Div. f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-10)^n}{n!}$ Resp: Conv. Abs.
- g) $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{10}{n})^n$ Resp: Conv. Abs. h) $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{\ln(n)}{n})^n$ Resp: Conv. Abs.
- i) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ Resp: Conv. Cond. j) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{n(2^n+1)}$ Resp: Div.
- k) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n)}{n}$ Resp: Conv. Cond. l) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$ Resp: Conv. Abs.
6. Entreténgase investigando si la serie dada es convergente o divergente:
- a) $\sum_{j=1}^{\infty} \cos(j) 2^{-j}$ Resp: Conv. b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n 7^n}{n!}$ Resp: Conv.
- c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n+1}$ Resp: Div. d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10n+3}{n 2^n}$ Resp: Conv.
- e) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{n+2}{n})$ Resp: Conv. f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 3^{(n-2)}}{2^n}$ Resp: Div.
7. Probar que el criterio de la raíz no decide en el caso de una p -serie.