

Sexta Guía de Ejercicios
Matemáticas II. Semestre Primavera 2010

1. El ritmo de crecimiento $\frac{dP}{dt}$ de una población de bacterias es proporcional a la raíz cuadrada de t , donde P es el tamaño de la población y t el tiempo en días ($0 \leq t \leq 10$). Esto es $\frac{dP}{dt} = k\sqrt{t}$. El tamaño de la población es 500. Tras un día, ha crecido hasta 600. Estimar la población a los 7 días.
2. Un vivero suele vender los árboles tras 6 años de crecimiento. El ritmo de crecimiento viene dado por $\frac{dh}{dt} = 1,5t + 5$ donde t es el tiempo en años y h la altura en cm. En el momento de plantarlos, los árboles miden 12 cm (en $t = 0$).
 - a) Calcular su altura tras t años.
 - b) ¿Qué altura tienen en el momento de ser vendidos ?
3. Un cultivo de bacterias *Streptococcus A* recién inoculadas (un grupo común de microorganismos que causa inflamación séptica en la garganta) contiene 100 células. Al chequear el cultivo 60 minutos después, se determina que hay 450 células.
 - a) Determine el número de células presentes en cualquier tiempo t (medido en minutos), suponiendo que el crecimiento es exponencial. Resp. $y(t) = 100\exp(\frac{\ln(4.5)}{60}t)$.
 - b) ¿Cuál es el tiempo de duplicación de esta bacteria ? donde el tiempo de duplicación es el tiempo que se requiere para que el número de células se duplique. Resp. 28 min.
4. El radio radioactivo tiene una vida media de unos 1620 años. ¿Qué porcentaje de una cierta muestra quedaría después de 100 años. ? Resp. 95,81%
5. Suponga que una población experimental de moscas de la fruta aumenta de acuerdo con la ley de crecimiento exponencial. Si hay 100 moscas tras el segundo día de experimento y 300 después del cuarto día. ¿ Cuántas moscas había en la población inicial ? Resp. 33 moscas.

6. Una taza de café instantáneo recién servida tiene una temperatura de $180^{\circ}F$. Después de dos minutos de permanecer en una sala a $70^{\circ}F$, el café se enfría hasta $165^{\circ}F$. Halle la temperatura en cualquier tiempo t .
- Resp. $y(t) = 110\exp(\frac{1}{2}\ln(\frac{95}{110})t) + 70$. Note que k es negativa.
7. La vida media de la morfina en el torrente sanguíneo humano es de tres horas. Si inicialmente hay 0,4 mg de morfina en el torrente sanguíneo, halle la ecuación para la cantidad de morfina presente en el torrente sanguíneo en cualquier tiempo. Resp. $y(t) = 0.4\exp(\ln(\frac{3}{2})t)$. ¿Cuándo llegará la cantidad por debajo de 0.01 mg. ? Resp. 15.96 hrs.
8. Un papiro tiene sólo el 76% del C_{14} que tenía originalmente (esto se puede estimar razonablemente bien a partir del porcentaje de C_{14} que se sabe que contenía la atmósfera en cada época). ¿Cuántos años tiene el papiro?
9. Una población bien alimentada de bacterias se reproduce a una tasa proporcional al número de bacterias existentes. Si el número de bacterias se triplica en 30 minutos, ¿cuántas habrá después de t horas?
10. La vida media de cierto isótopo de polonio es 140 días (es decir, después de 140 días la mitad del polonio ha decaído a otros elementos con menor número atómico). ¿En cuántos días decaerán 10 gramos de polonio a tan solo 0,1 gramos?
11. Un rodamiento a $90^{\circ}C$ se introduce en el mar que está a $6^{\circ}C$. Al cabo de 10 minutos el rodamiento está a $25^{\circ}C$. ¿Cuántos minutos más se demorará el rodamiento para llegar a $10^{\circ}C$?
12. Una muestra a $20^{\circ}C$ se introduce en un horno que está a $600^{\circ}C$. Al cabo de 5 minutos la muestra está a $100^{\circ}C$. ¿Cuántos minutos más tardará para llegar a $500^{\circ}C$?