

**Tercera Guía de Ejercicios**  
**Matemáticas II. Semestre Primavera 2010**

1. Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a)  $\int (1 - 2x^2 + 3x^3)dx$    b)  $\int \left(\frac{3}{x^3} + 2x^{3/2} - 1\right) dx$    c)  $\int \left(-\frac{1}{t^2}\right) dt$   
d)  $\int \left(2x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$    e)  $\int (9t + 12)^5 dt$    f)  $\int \frac{(3x+4)^2}{\sqrt{x}} dx$   
g)  $\int (5 \cos(10x) - 10 \sin(5x)) dx$    h)  $\int \operatorname{sen}(5x) dx$    i)  $\int \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}$   
j)  $\int \frac{x dx}{\sqrt{1+5x^2}}$    k)  $\int \sec^2(x) \tan(x) dx$    l)  $\int (x^3 + 4\sqrt{x} - \frac{4}{x^2}) dx$

2. Encuentre la antiderivada de:

a)  $f(x) = (x^2 + 1)^{10}(2x)$    b)  $f(x) = \frac{2-x^2}{(6x-x^3)^{3/5}}$    c)  $f(x) = \operatorname{sen}^2(x) - 25\cos^2(x)$   
d)  $f(x) = (\operatorname{sen}(x))^{99} \cos(x)$    e)  $f(x) = \frac{1}{x^{3/2}}(6x - x^3)^{1/3}$    f)  $f(x) = \operatorname{sen}^3(2x) \cos(2x)$

3. Entreténgase calculando:

a)  $\int (4x^{-3} + 27\operatorname{sen}(6x)) dx$    b)  $\int (x^{5/2} + \frac{23x dx}{\sqrt{9-x^2}}) dx$    c)  $\int \left(\frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}^3(x)} - \frac{x}{\sqrt{6-x^2}}\right) dx$   
d)  $\int (x(x^{1/2} - x^{-1/2}) - 5) dx$    e)  $\int \left[\left(\frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\right) + 33\operatorname{sen}(11x)\right] dx$    f)  $\int \left(x^{1/3} + \frac{1}{x^{3/2}}\right)^2 dx$

4. Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a)  $\int \cos(x)^3 \operatorname{sen}(x) dx$    b)  $\int \tan(x) \sec(x)^2 dx$   
c)  $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-4}} dx$    d)  $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx$    e)  $\int \frac{x-1}{\sqrt{4x^2-8x+3}} dx$   
f)  $\int \frac{x}{(25-x^2)^{3/2}} dx$    g)  $\int x^3 \sqrt{x^2-4} dx$    h)  $\int x \sqrt{1+x^2} dx$   
i)  $\int x^2 \cos(x) dx$    m)  $\int \cos(2x) \sqrt{\operatorname{sen}(2x)} dx$    n)  $\int x \operatorname{sen}(3x) dx$

5. Encuentre una función  $f$  que satisfaga las condiciones dadas:

a)  $f'(x) = 3\operatorname{sen}(2x)$ ,  $f(0) = 1$ .   b)  $f'(x) = 4x^2 + 1$ ,  $f(0) = 2$ .   c)  $f'''(x) = 4 - \frac{2}{x^3}$ ,  
d)  $f''(x) = 12$ ,  $f'(0) = 2$ ,  $f(0) = 3$ .   e)  $f''(x) = 2x$ ,  $f'(0) = -3$ ,  $f(0) = 2$ .

6. Determine la función posición de un móvil, sabiendo que la función velocidad es  $v(t) = 3 - 12t$  y la posición inicial es  $s(0) = 3$ .

7. La aceleración de una piedra que ha sido lanzada desde un barranco está dada por  $y''(t) = -9,8 \text{ m/seg}^2$ . Suponga que la velocidad inicial de la piedra es  $y'(0) = -1,5 \text{ m/seg}$  y su posición inicial es  $y(0) = 100 \text{ m}$  de altura. Encuentre la altura  $y(t)$  de la piedra (en metros) después de  $t$  segundos y encuentre el tiempo que emplea en llegar al suelo, es decir, caer 100 m. ¿Con qué velocidad golpea el suelo la piedra?

8. Pruebe que:

a)  $\int \cos^3(x) dx = \frac{1}{3}(2 + \cos^2(x)) \operatorname{sen}(x) + k$ .  
b)  $\int \operatorname{sen}^3(x) dx = -\frac{1}{3}(2 + \operatorname{sen}^2(x)) \cos(x) + k$ .  
c)  $\int \operatorname{sen}(ax) \cos(bx) dx = -\frac{\cos((a-b)x)}{2(a-b)} - \frac{\cos((a+b)x)}{2(a+b)} + k$ , si  $a^2 \neq b^2$ .

9. Pruebe las siguientes fórmulas de reducción:

a)  $\int \cos^n(x) dx = \frac{1}{n} \cos^{n-1}(x) \operatorname{sen}(x) + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2}(x) dx$ .  
b)  $\int \operatorname{sen}^n(x) dx = -\frac{1}{n} \operatorname{sen}^{n-1}(x) \cos(x) + \frac{n-1}{n} \int \operatorname{sen}^{n-2}(x) dx$ .  
c)  $\int x^n \cos(x) dx = x^n \operatorname{sen}(x) - n \int x^{n-1} \cos(x) dx$ .