Tarea 2

Problema 1: Coordenadas esféricas y polares. Una partícula se mueve en el plano $x-y$ bajo la influencia de un potencial $V(r)$. La partícula es observada por un sistema en rotación que quiere describir el movimiento de esta partícula en termino de coordenadas polares r y θ, que se relacionan con x e y de la forma

$$\begin{aligned} x &= r\cos(\theta+\omega t) \\ y &= r\sin(\theta+\omega t) \end{aligned}$$

a) Sin usar el Lagrangiano, encuentre las ecuaciones de movimiento para r y θ

b) Use ahora el Lagrangiano para encontrar las ecuaciones de movimiento.

c) Considere ahora una partícula moviéndose en tres dimensiones bajo la influencia de un potencial central $V(r)$. Use el Lagrangiano para encontrar las ecuaciones de movimiento, en término de coordenadas esféricas.

Problema 2: Disco oscilante. Un disco sólido con masa M y radio R (momento de inercia $I=\frac{1}{2}MR^2$) tiene una masa puntual m pegada a su borde (como un chicle!). El disco rueda sin resbalar sobre un plano inclinado que tiene un ángulo ϕ respecto a la horizontal.

a) Defina una coordenada generalizada CONVENIENTE, y encuentre la ecuación de movimiento correspondiente.

b) Encuentre el valor para su coordenada generalizada en el cuál el disco esta en equilibrio. Cuál es el máximo valor de ϕ para el cuál puede existir equilibrio?

c) Encuentre la frecuencia de oscilaciones pequeñas alrededor de la posición de equilibrio.

Problema 3: Son las siguientes fuerzas conservativas? Encuentre U si es posible:

a) $\vec{F}=K(r)\hat{r}$

b) $\vec{F}=(-y,x,0)$

c) $\vec{F}=\frac{A}{\sqrt{x\sin(\omega t)^2+y^2+z^2}}\{(x-v_0t),y,z\}$

Problema 4: Péndulo con roce. Describa el espacio de fase para condiciones arbitrarias del péndulo

$$\ddot{\theta}+\beta\dot{\theta}+\omega_0^2\sin\theta=0$$

para $\beta=0{,}4$. Normalice el problema. OJO: vea tanto caso ángulos pequeños como no pequeños.