



Ayudantía 9

Límites y Continuidad

02/08/2024

En este taller, analizaremos la existencia de algunos límites y determinaremos su valor en el caso de que existan. Además, trabajaremos con límites trigonométricos y aplicaremos algunas identidades trigonométricas para resolverlos. Finalmente, estudiaremos la continuidad de funciones en un punto.

Objetivos:

- Calcular límites de funciones utilizando propiedades conocidas.
- Hacer uso de identidades trigonométricas para calcular límites.
- Aprender a usar el cambio de variable en el cálculo de límites.
- Analizar la continuidad de funciones en un punto.

Ejercicios Propuestos

1. Analice si los siguientes límites existen. En caso de existir, determine su valor.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{-2x+2} - \sqrt{x+2}}{\sqrt{2}x}.$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 5x - 3}{x^2 - 4x + 3}.$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + 5x - 3}{x^2 - 4x + 3}.$

d) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 - |x|}{2 + x}.$

2. Calcule los siguientes límites trigonométricos:

a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(2x)}{2x - \pi}.$

Hint: Utilice el cambio de variable $u = 2x - \pi$.

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(7x)}{x^2}.$

3. Considere $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{2x^2-5x+2} & \text{si } x < 2 \\ \frac{1}{12} & \text{si } x = 2 \\ \frac{x-1}{x+10} & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad (1)$$

Demuestre que f es continua en $x = 2$.