

Nombre del Alumno:

CONSIDERACIONES IMPORTANTES

- Sus resultados deben estar expresados en términos de las variables algebraicas apropiadas. El resultado numérico, si corresponde, debe ser evaluado **al final** del ejercicio. **Cualquier reemplazo numérico durante el desarrollo no será considerado durante la revisión.**
- Todo desarrollo debe estar debidamente explicado, redactado y justificado. **Desarrollos sin justificación no serán considerados durante la revisión.**
- El desarrollo debe estar ordenado y legible. Recuerde que éste también se evalúa.
- Está estrictamente prohibido el uso de celulares durante la prueba o cualquier otro dispositivo electrónico.
- Coloque su nombre en cada hoja que entregue.

SOBRE SITUACIONES DE COPIA Y/O PLAGIO

- En caso de detectar casos de copia y/o plagio, el profesor de la sección afectada dará a conocer los antecedentes de cada caso al equipo docente, que los analizará y tomará las medidas que correspondan, las que pueden llegar a la solicitud de un sumario administrativo formal a la autoridad que corresponda.

Pregunta teórica

Un cuerpo de densidad ρ_c es sumergido a tres distintas profundidades en un fluido de densidad ρ . Las tres situaciones se ilustran en la figura (1). Ordene las tres situaciones en orden ascendente para el módulo de la fuerza boyante o de empuje y explique por qué la fuerza boyante tiene módulo diferente en cada situación.

Solución

En orden ascendente según el módulo de la fuerza de empuje es A, C y finalmente B. La fuerza de empuje es proporcional al volumen sumergido en el fluido, o bien, el volumen de fluido desplazado, es por ello que la figura A tiene menor fuerza de empuje, debido a que tiene la menor proporción de volumen desplazado, mientras que la B tiene la mayor fuerza de empuje, por estar todo objeto completamente sumergido.

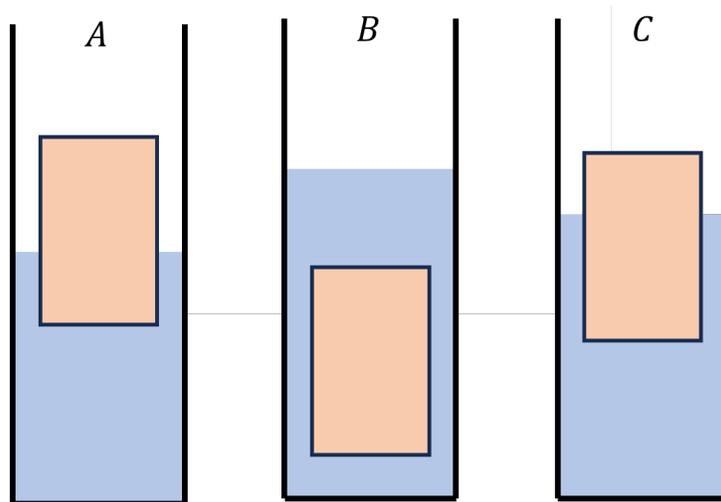


Figura 1: El mismo cuerpo es sumergido a distintas profundidades en el mismo fluido.

Problema 1

Considere el vaso comunicante de la figura con aberturas con área transversal A_1 y A_2 respectivamente. Inicialmente el vaso contiene un líquido 1 de densidad ρ_1 . Se añade un líquido 2 de densidad desconocida ρ_2 al tubo de la derecha. La altura H del líquido añadido resulta ser dos veces la distancia entre las alturas de ambos líquidos, como muestra la figura. Al respecto determine

- Determine la distancia L_1 que sube el líquido 1 en el tubo izquierdo después de añadir el líquido 2 en términos de las constantes conocidas del problema.
- Determine la densidad ρ_2 del líquido 2 en función de las constantes conocidas del problema.
- Determine la presión en la interfaz de los dos líquidos.

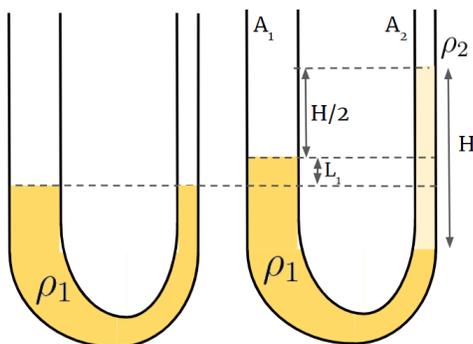
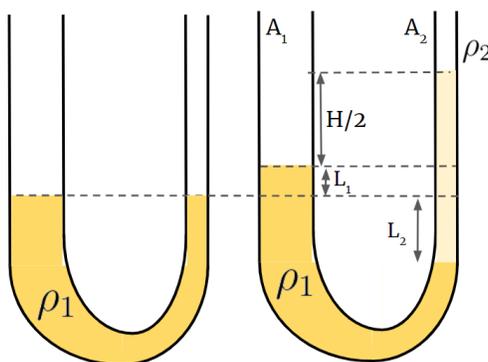


Figura 2: Vaso comunicante del problema 1. A la izquierda el líquido de densidad ρ_1 . A la derecha el mismo vaso luego de añadir el líquido con densidad ρ_2 .

Solución

- Si denominamos L_1 a la distancia que sube el fluido 1 desde su posición inicial en el brazo izquierdo, y L_2 a la distancia que baja el mismo fluido desde su posición inicial en el brazo derecho, como muestra la figura.



El volumen desplazado del líquido 1 en el brazo izquierdo es igual al volumen desplazado en el brazo derecho, por lo tanto

$$A_1 L_1 = A_2 L_2 \quad (1)$$

Por otra parte, de la relación entre la altura de los dos líquidos se obtiene

$$\frac{H}{2} = L_1 + L_2$$

$$L_2 = \frac{H}{2} - L_1$$

Con estas dos ecuaciones podemos determinar el valor de L_1 , reemplazando la expresión de L_2 en (1)

$$A_1 L_1 = A_2 \left(\frac{H}{2} - L_1 \right)$$

$$L_1 = \frac{A_2 H}{2(A_1 + A_2)}$$

- b) Para determinar la densidad del líquido 2 ρ_2 podemos igualar las presiones de ambos líquidos a la altura original a la que se encontraba el líquido 1. En cuyo caso las presiones serían, para el brazo izquierdo y derecho respectivamente:

$$P_{atm} + \rho_1 g L_1 = P_{atm} + \rho_2 g (H - L_2)$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 L_1}{H - L_2}$$

Reemplazando las expresiones encontradas para L_1 y $L_2 = H/2 - L_1$ se obtiene

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 \left(\frac{A_2 H}{2(A_1 + A_2)} \right)}{H - \left(\frac{H}{2} - \frac{A_2 H}{2(A_1 + A_2)} \right)}$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 H \left(\frac{A_2}{2(A_1 + A_2)} \right)}{H \left(\frac{1}{2} + \frac{A_2}{2(A_1 + A_2)} \right)}$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 \left(\frac{A_2}{2(A_1 + A_2)} \right)}{\left(\frac{A_1 + 2A_2}{2(A_1 + A_2)} \right)}$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 A_2}{A_1 + 2A_2}$$

- c) La presión en la interfaz la podemos calcular con el brazo derecho, obteniendo

$$P_{int} = \rho_2 g H$$

$$P_{int} = \frac{\rho_1 A_2 g H}{A_1 + 2A_2}$$