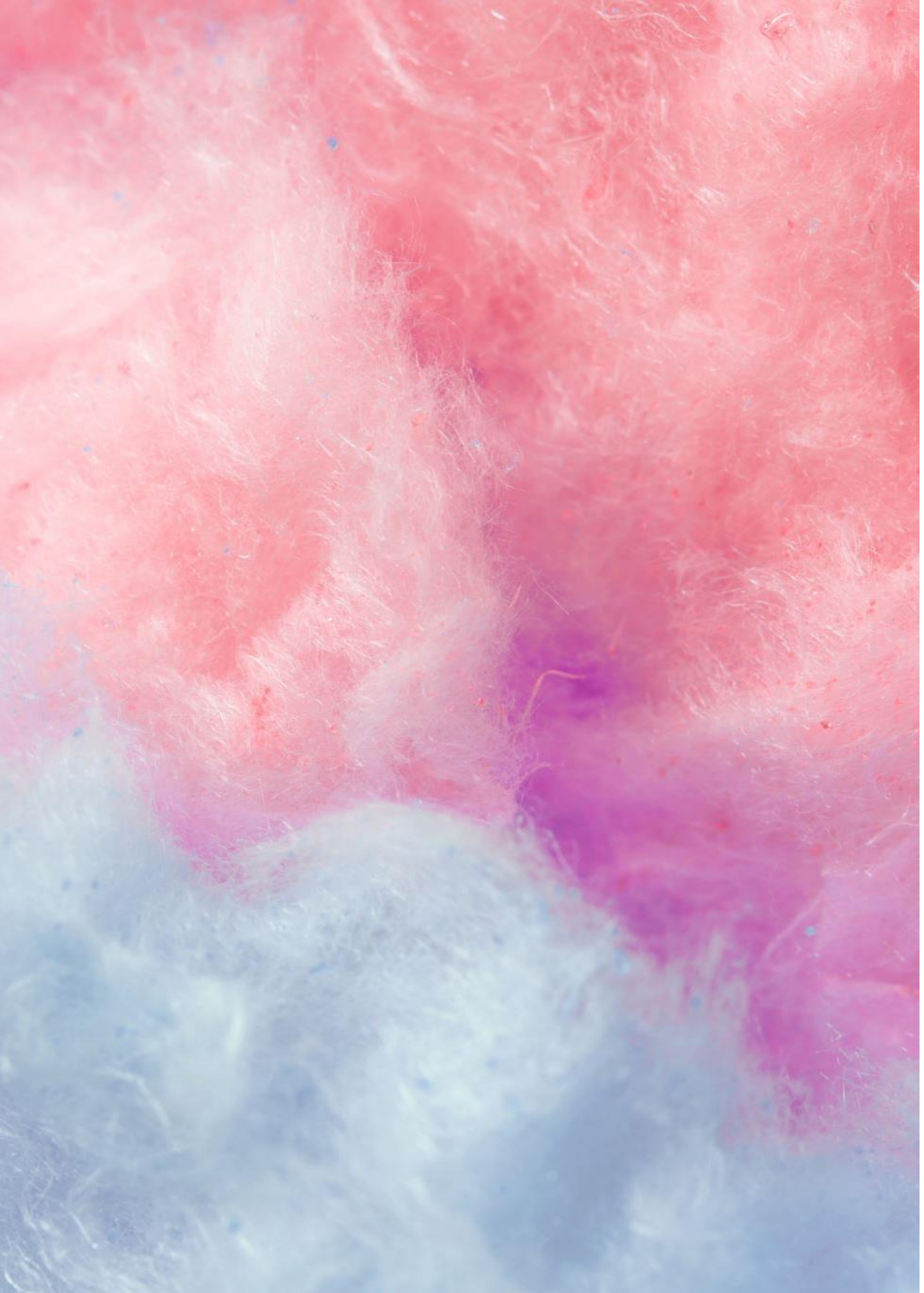


FÍSICA 01

Clase 17: Conservación del momento lineal

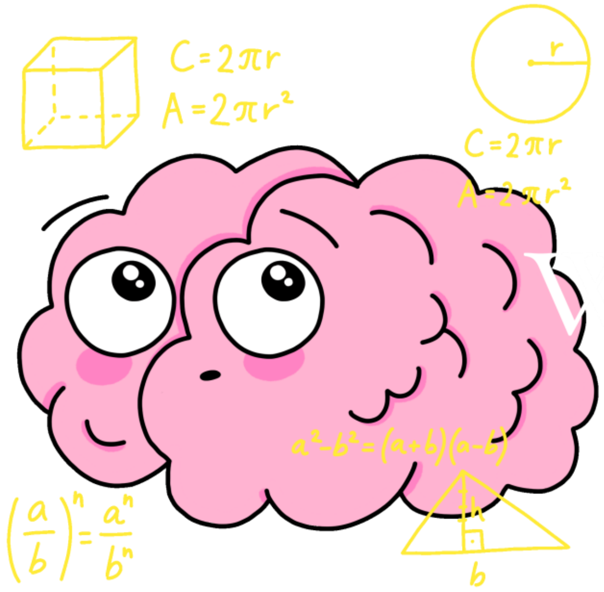
Profesor: Mirko Mol

OBJETIVOS DE LA CLASE

I. Descripción del momento lineal.

II. Relación entre la fuerza y el momento lineal: Impulso.

III. Ejemplos y aplicaciones.



CONCEPTUALIZACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA

Considere el caso de un cañón que se encuentra sobre una pista de hielo. El cañón tiene una masa m_c, y es capaz de disparar balas de masa m_b.
Se dispara una bala, e inmediatamente después el cañón se mueve en el sentido contrario.

¿Qué velocidad tiene el cañón, si la bala tiene una velocidad v_b?

Con esta información, es necesario recurrir a otros métodos, y medir otras variables para obtener la velocidad del cañón.

DEFINICIÓN DE MOMENTUM LINEAL

Newton fue capaz de resolver este problema de una manera sencilla.
Considere que cañón ejerce una fuerza sobre la bala $\vec{F}_{cb}$, por lo tanto, la bala ejerce una fuerza sobre el cañón $\vec{F}_{bc}$.
Ambas fuerzas se relacionan entre si como:

$$\vec{F}_{cb} = -\vec{F}_{bc}$$
$$\vec{F}_{cb} + \vec{F}_{bc} = 0$$
$$m_c\vec{a}_c + m_b\vec{a}_b = 0$$
$$m_c\frac{d}{dt}(\vec{v}_c) + m_b\frac{d}{dt}(\vec{v}_b) = 0$$
$$\frac{d}{dt}(m_c\vec{v}_c + m_b\vec{v}_b) = 0$$

Lo que implica que $m_c\vec{v}_c + m_b\vec{v}_b$ es una cantidad que se debe mantener constante respecto del tiempo.

DEFINICIÓN DE MOMENTUM LINEAL

La cantidad de movimiento lineal de un cuerpo de masa m que se mueve con velocidad $\vec{v}$ se define como:

$$\vec{p} \equiv m\vec{v}$$

Como calculamos, esta cantidad se conserva en el tiempo si no hay fuerzas externas.

La cantidad momentum lineal tiene por unidades $[|\vec{p}|] = MLT^{-2}$, es una cantidad vectorial, por lo tanto, el momentum se debe conservar para cada una de las componentes.

Es interesante notar también que la segunda ley de Newton se puede reescribir como:

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a}$$

$$\sum \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

DEFINICIÓN DE MOMENTUM LINEAL

La conservación de movimiento lineal de n-cuerpos de masa m_j que se mueve con velocidad $\vec{v}_j$ se define como:

$$\vec{p}_T \equiv \sum m_j \, \overrightarrow{v_j}$$

$$= cte.$$

Lo que se puede escribir de manera equivalente como:

$$\vec{P}_{1i} + \cdots + \vec{P}_{ni} = \vec{P}_{1f} + \cdots + \vec{P}_{nf}$$

Donde, los sub-índices i indican los valores iniciales de momentum y f los valores finales durante el intervalo de tiempo que las partículas interactúan entre si.

Es importante, **recordar** que el momentum lineal se conserva siempre y cuando el **sistema este aislado.**

Problema 01:

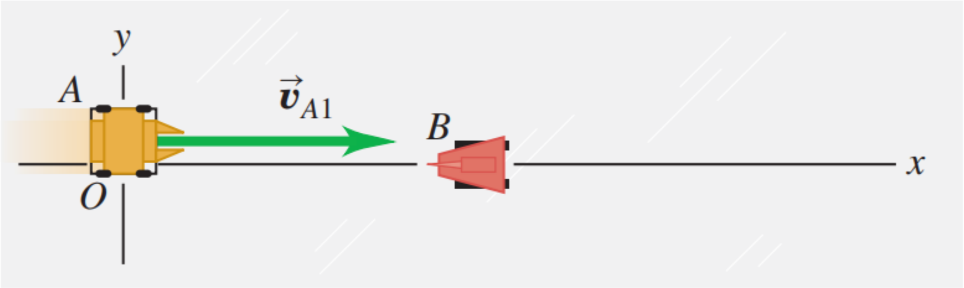
Considere un cañón de masa m_c desde donde se disparan balas de masa m_b a una velocidad de $\vec{v}_b$. Si el cañón se encuentra sobre hielo, al disparar una bala este se mueve en el sentido contrario. Encuentre la velocidad del cañón.

Problema 02:

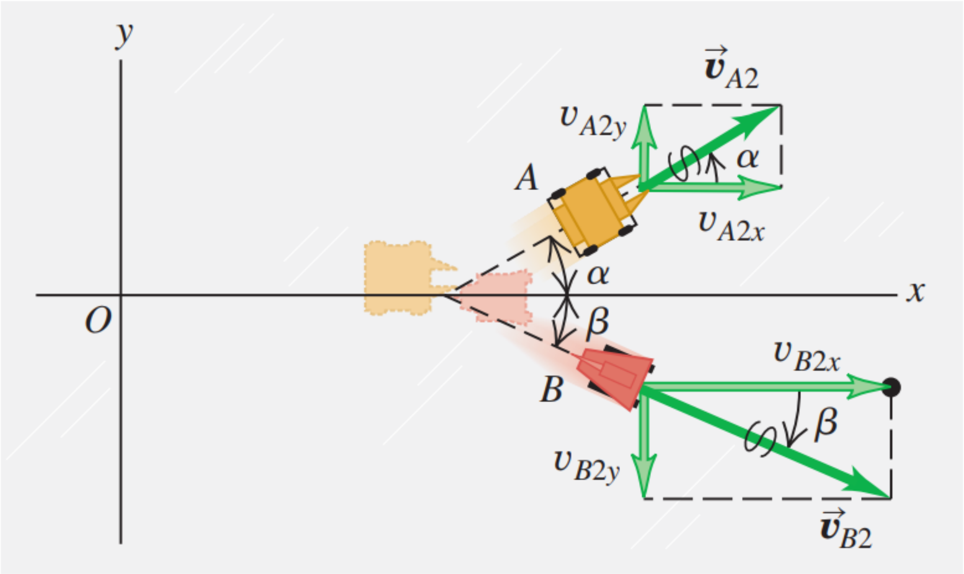
Considere dos robots combatientes que se deslizan sobre una superficie sin fricción. El robot A, con masa de m_a, se mueve inicialmente a $\vec{v}$ paralelo al eje x. Choca con el robot B, cuya masa es m_b está inicialmente en reposo.

Después del choque, el robot A se mueve a $\vec{u}_a$ en una dirección que forma un ángulo α con su dirección inicial

¿Qué velocidad final tiene el robot B?



b) Después del choque



IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Para mejorar nuestros modelos, debemos reconocer que no es lo mismo ejecutar una fuerza sobre un cuerpo un segundo a que 1 minuto.

Utilizando la segunda ley de Newton:

$$d\vec{p} = \sum \vec{F}\, dt$$

$$\Delta\vec{p} = \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F} dt$$

Donde el término de la derecha se va a definir como:

$$\vec{I} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F} dt$$

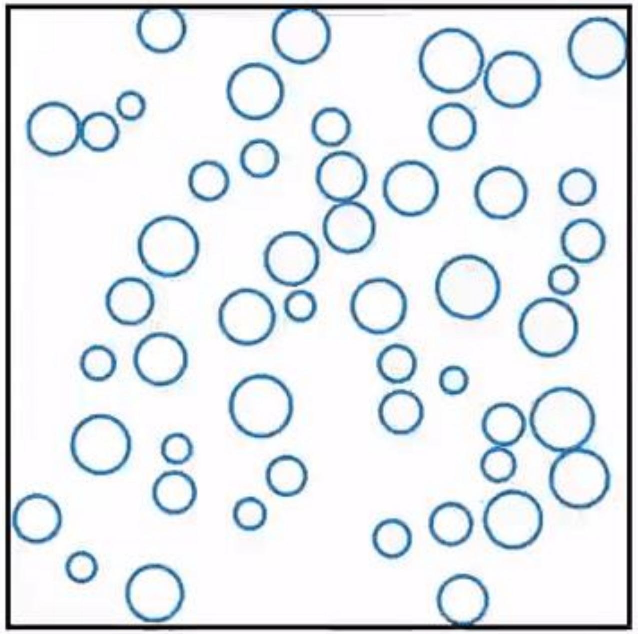
$$= \Delta\vec{p}$$

El impulso no es una propiedad de una partícula, es una medida de como la fuerza externa cambia la cantidad de movimiento de la partícula.

COLISIONES EN UNA DIMENSIÓN

Vamos a considerar el caso de dos cuerpos que colisionan entre ellos, durante un periodo de tiempo. Consideraremos que el sistema está aislado, la fuerza es interna al sistema de dos partículas, lo que indica que la cantidad de movimiento se conserva.

Vamos a considerar solamente las condiciones que suceden en una dimensión.
Las colisiones se van a categorizar en dos:



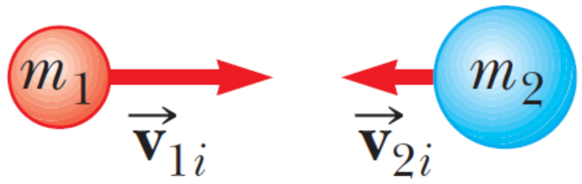
I. Colisiones Elásticas: son aquellas donde la energía cinética total del sistema y el momentum lineal se conservan antes y después de la colisión.

II. Colisiones Inelásticas: son aquellas en que la energía cinética total del sistema no es la misma antes ni después de la colisión. Las colisiones perfectamente inelásticas son aquellas cuando hay una transferencia de masa.

COLISIONES PERFECTAMENTE INELÁSTICAS

Considere dos partículas de masas m_1 y m_2 que se mueven con **velocidades iniciales $\vec{v}_{1i}$ y $\vec{v}_{2i}$**, de tal forma que chocan de frente. Luego de chocar, quedan unidas y se mueven con alguna **velocidad desconocida $\vec{v}_f$** después de la colisión.

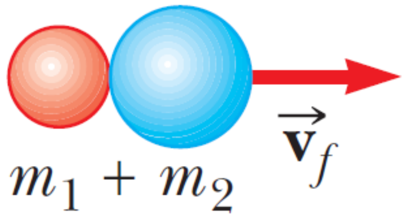
Antes de la colisión



Como el sistema es aislado, se puede aplicar la conservación de momentum:

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2)\,\overrightarrow{v_f}$$

Después de la colisión



Despejando la velocidad desconocida:

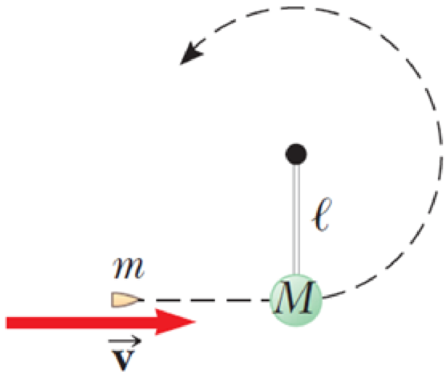
$$\frac{m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i}}{(m_1 + m_2)} = \overrightarrow{v_f}$$

Problema 03:

Considere una bala de masa m que atraviesa una masa M con una rapidez v, tal que, la bala se incrusta en el bloque. Determine:

I. La rapidez del sistema después de la colisión.

II. La altura H que llegan las masas.



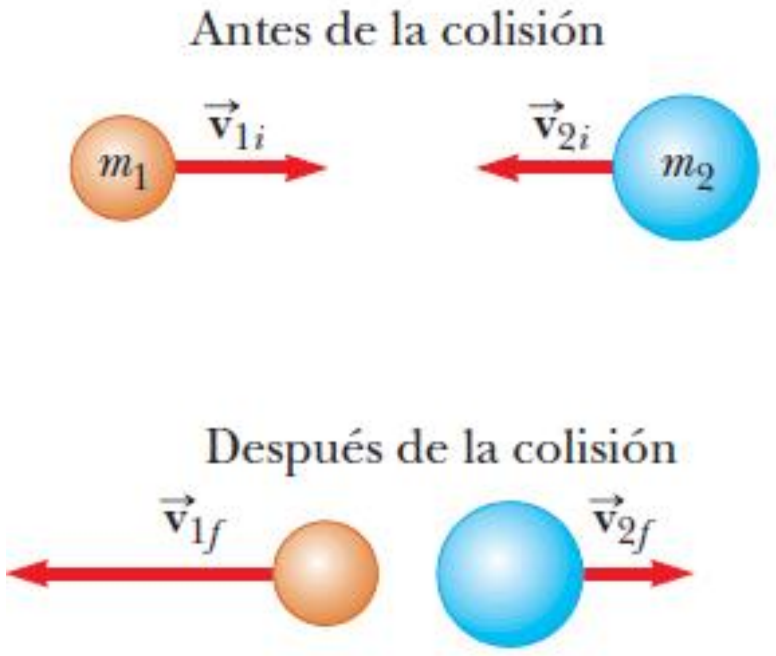
COLISIONES ELÁSTICAS

Considere dos partículas de masas m_1 y m_2 que se mueven con **velocidades iniciales $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$**, de tal forma que chocan de frente. Luego de chocar, se mueven con diferentes velocidades $\vec{u}_1$ y $\vec{u}_2$.

Sin perder generalidad se pueden escribir las siguientes igualdades:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\,\overrightarrow{u_2}$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$$



COLISIONES ELÁSTICAS

Estas ecuaciones no son triviales de resolver. Si conocemos las masas y las rapideces iniciales, podemos obtener las rapideces finales de la siguiente manera:

$$u_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_2$$

$$u_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_2$$

Con estas ecuaciones podemos hacer análisis sencillos de algunas situaciones:

I. $m_1 = m_2$
II. $v_2 = 0$
III. $m_1 \gg m_2$ y $v_2 = 0$
IV. $m_2 \gg m_1$ y $v_2 = 0$

Problema 04:

Considere una bala de masa m que atraviesa una masa M con una rapidez v, tal que, sale la bala con una rapidez de $v/2$. La esfera está suspendida por una barra rígida de largo l y masa despreciable. Determine:

I. ¿Cuál es el valor mínimo de v tal que M logra llegar al punto más alto? (M no tiene velocidad en el punto más alto).

II. Si queremos qué de vueltas, debe llegar con una velocidad distinta de cero al punto más alto. Encuentre esa velocidad.