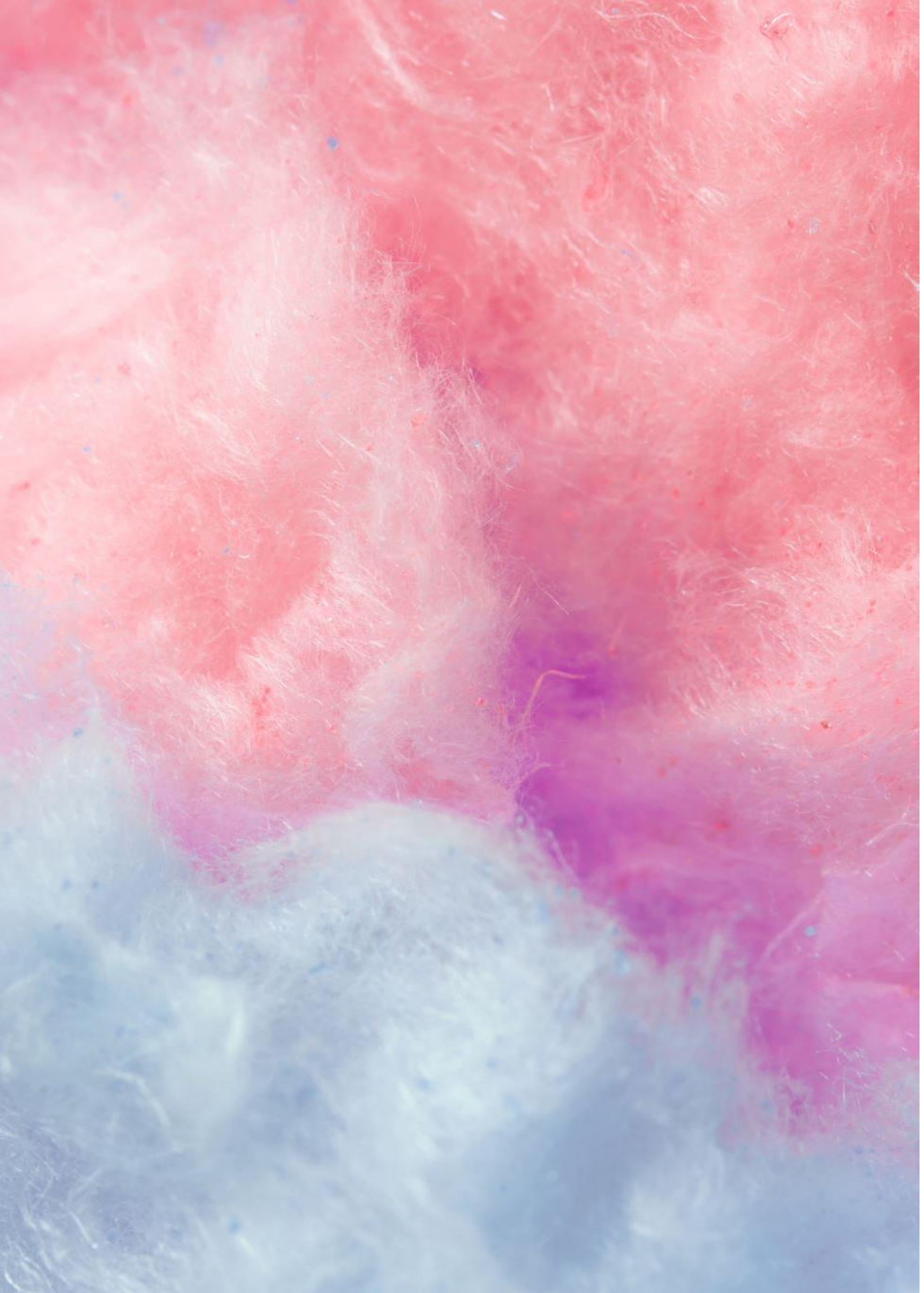


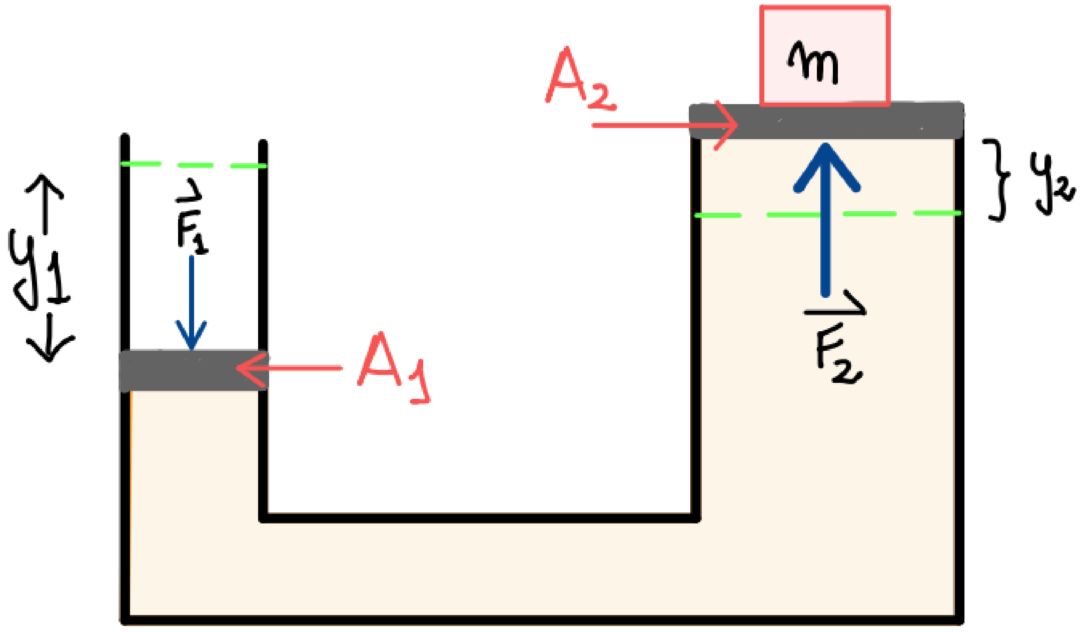
FÍSICA 01

Clase 16: Hidrodinámica

Profesor: Mirko Mol

PRENSA HIDRÁULICA

Esta fuerza va a generar que un volumen de fluido V_1 se mueva por la prensa y suba la plataforma. Consideremos que la plataforma de la izquierda baja y_1 (m) tiene un área A_1 y es donde se aplica la fuerza $\vec{F}_1$, en cambio la plataforma de la derecha sube y_2 (m) tiene un área A_2 y es donde se aplica la fuerza $\vec{F}_2$



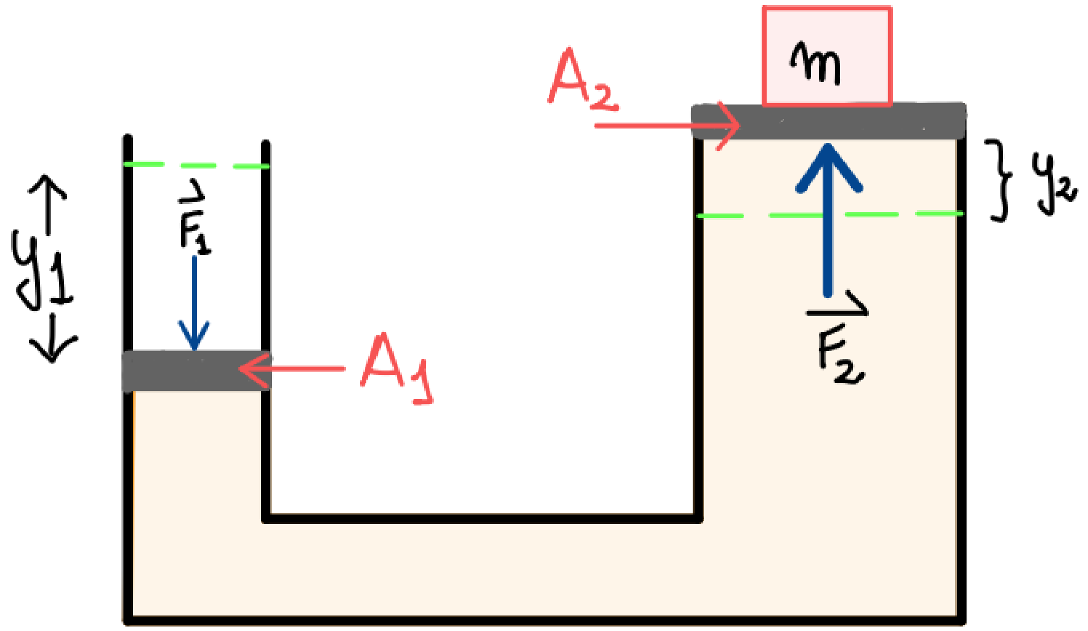
Primero notemos que la presión P que genera $\vec{F}_1$ es la misma en todo el fluido y tiene valor :

$$P = \frac{F_1}{A_1}$$

Pero, por el principio de Pascal, se cumple también:

$$P = \frac{F_2}{A_2}$$

PRENSA HIDRÁULICA



Dado lo anterior, podemos igualar las presiones, obteniendo:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_1\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = F_2$$

Notemos que $A_1 \gg A_2$, por lo tanto, el módulo F_2 es mucho mayor que F_1

PRENSA HIDRÁULICA

Problema 02:

Considere una prensa hidráulica de dos plataformas, de áreas $A_1 = 0{,}2000\ (\mathrm{m}^2), \mathrm{A}_2 = 5{,}000\ (\mathrm{m}^2)$. Sobre la segunda plataforma se coloca un automóvil Suzuki Swift de $1035{,}0\ (kg)$. ¿Cuál es la fuerza mínima que se debe ejercer para levantar el auto?

Solución:

Para solucionar este problema podemos utilizar la relación deducida anteriormente, en este caso:

$$F_1 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) F_2$$

Donde la fuerza mínima es aquella que permita que el auto se mueva sin acelerar, por lo tanto, F_2 debe tener el mismo modulo que el peso del automóvil.

PRENSA HIDRÁULICA

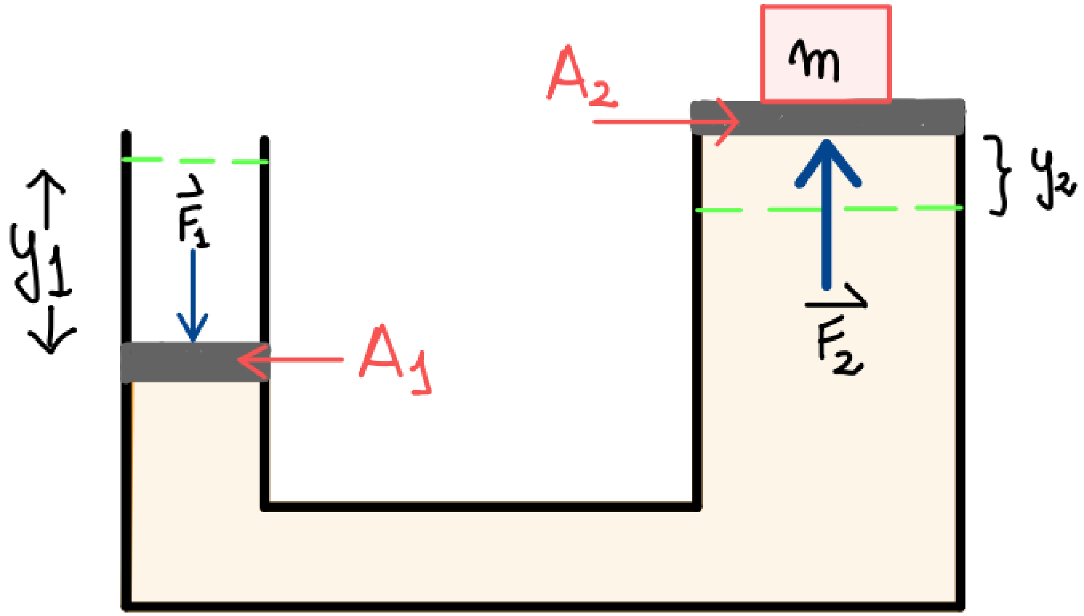
Reemplazando valores, obtenemos que:

$$F_1 = \left(\frac{0{,}2}{5{,}0}\right) 1035 \times 9 \ (N)$$

$$F_1 = 405{,}7 \ (\mathrm{N})$$

Note que una fuerza de 405 (N) es fácilmente producida por una masa de aproximadamente 41 (kg).

PRENSA HIDRÁULICA



Considerando en el ejemplo anterior, ¿Cuánto es lo que sube la plataforma más grande?

Para responder a esta pregunta, debemos considerar que $\overrightarrow{F_1}$ al lograr bajar la plataforma una distancia y_1 movió un volumen de fluido que hizo subir la plataforma más grande.

Llamemos al volumen del fluido desplazado en la plataforma izquierda V_1, podemos escribir matemáticamente:

$$V_1 = y_1 A_1$$

Este volumen, no desaparece, sino que es el que hace subir la plataforma de la derecha debido a que la presión es la misma. Llamemos a este volumen V_2:

$$V_2 = y_2 A_2$$

PRENSA HIDRÁULICA

Debido a que la prensa no tiene fugas, se debe cumplir que el volumen que se desplaza a la izquierda es el mismo que aparece a la derecha, por lo tanto:

$$V_1 = V_2$$

$$y_1 A_1 = y_2 A_2$$

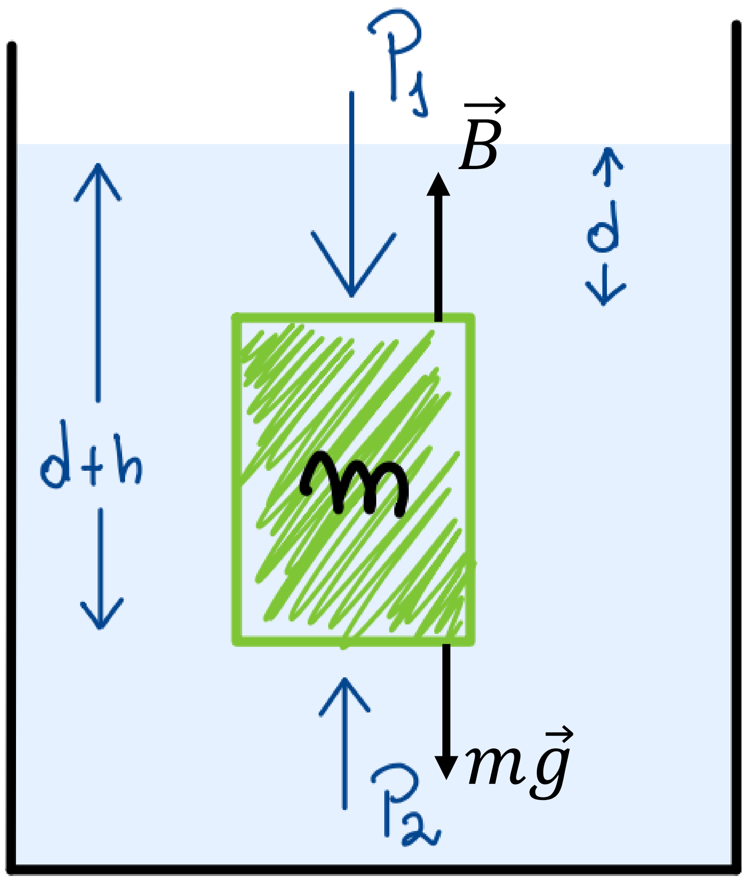
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{y_2}{y_1}$$

Utilizando la expresión encontrada para la fuerza y las áreas:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{y_2}{y_1}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{y_2}{y_1}$$

FUERZA BOYANTE O EMPUJE

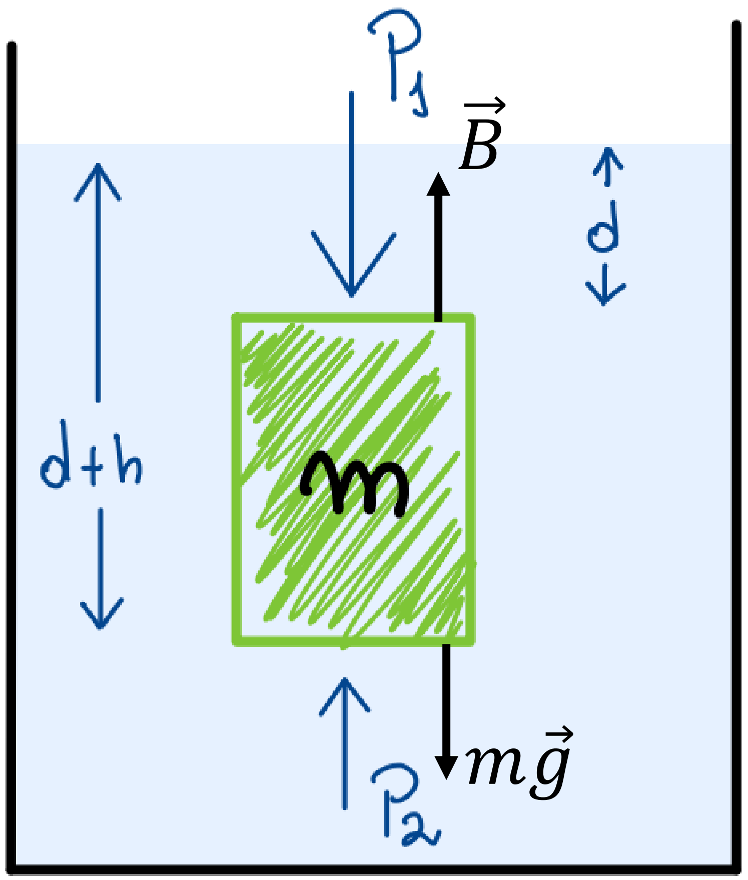


Consideremos un cuerpo de masa m que se encuentra en equilibrio en un fluido de densidad ρ_f.

Desde el punto de vista de la dinámica, el cuerpo está en reposo debido a que la **suma de fuerzas debe ser 0**, por lo tanto, debe aparecer una **fuerza en la misma dirección** que la fuerza peso, **pero en sentido contrario**.

Esta fuerza que aparece cuando sumergimos un cuerpo en fluido, es llama la fuerza Boyante, de flotación o empuje. Está fuerza es ejercida por el **fluido sobre el cuerpo.**

FUERZA BOYANTE O EMPUJE

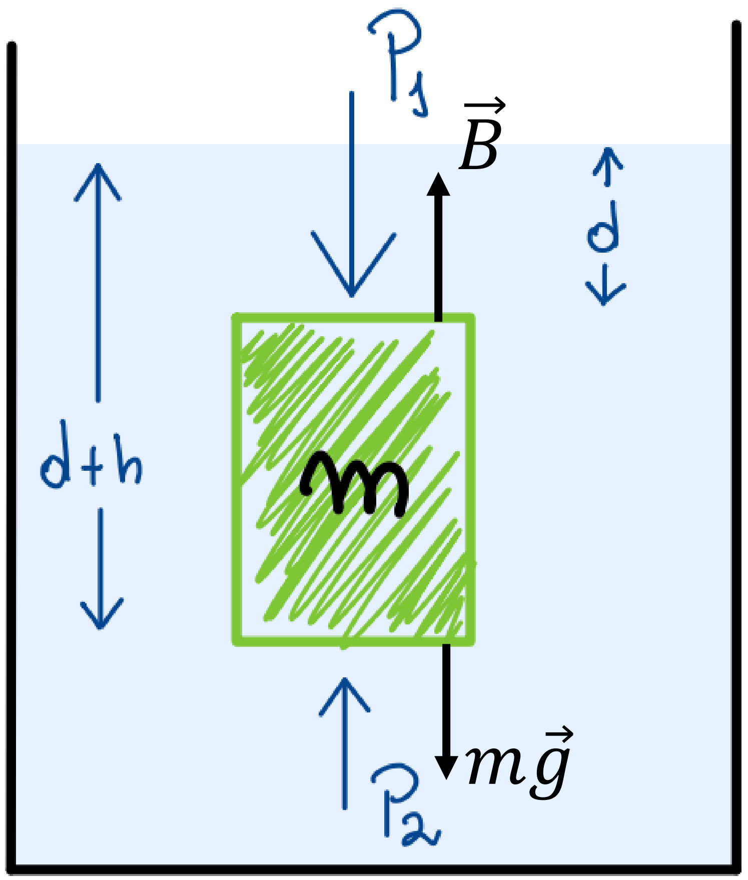


Como ya calculamos anteriormente, la diferencia de presión ΔP es positiva, debido a que la presión del fondo es mayor a que la de la cara superior. Por lo tanto, está diferencia de presión entre las caras es la que da origen a la fuerza de empuje:

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \Delta P A\,\hat{y} \\ &= (\rho_f g h) A\,\hat{y} \\ &= \rho_f g V_m\,\hat{y} \end{aligned}$$

Primero, notemos que $\boldsymbol{V_m}$ **corresponde al volumen del cuerpo**, dado lo anterior, este también es el **volumen de fluido que desplaza** $\boldsymbol{V_d}$ el cuerpo al estar completamente sumergido.

FUERZA BOYANTE O EMPUJE



Por lo tanto, la expresión anterior nos queda:

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \Delta P A\,\hat{y}\\ &= (\rho_f g h) A\,\hat{y}\\ &= \rho_f g V_d\,\hat{y}\end{aligned}$$

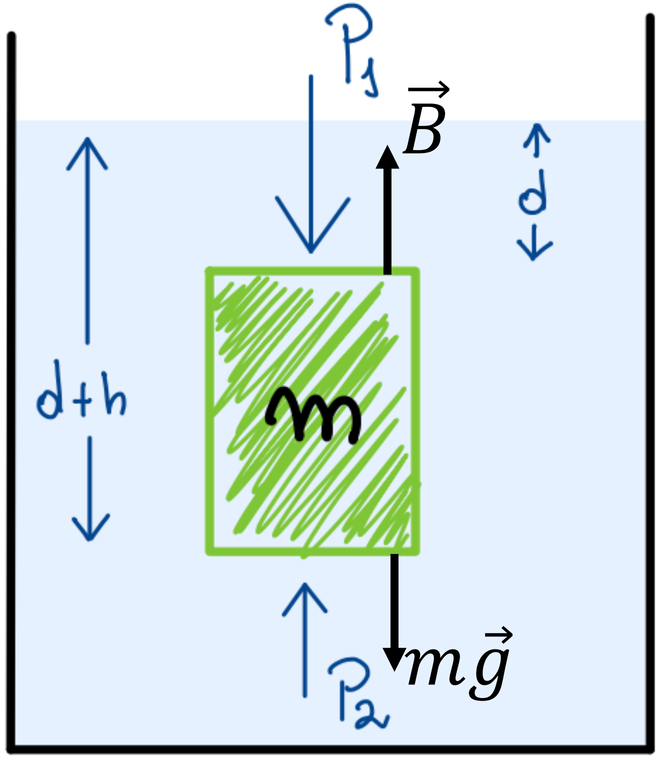
Expresión que nos va a ser de mayor utilidad en los cálculos siguientes.

Fue Arquímedes de Siracusa, la primera persona en notar que la **magnitud de la fuerza de flotación** sobre un objeto es siempre igual al **peso del fluido desplazado por objeto**.

Esto lo podemos notar de nuestra expresión, porque

$$M_f = \rho_f V_d$$

$$\Rightarrow \vec{B} = M_f g\,\hat{y}$$



Consideremos dos casos de estudios de la hidrostática:

Caso 1- Cuerpo completamente sumergido: Cuando un cuerpo está completamente sumergido, al aplicar la segunda ley de Newton, se obtiene:

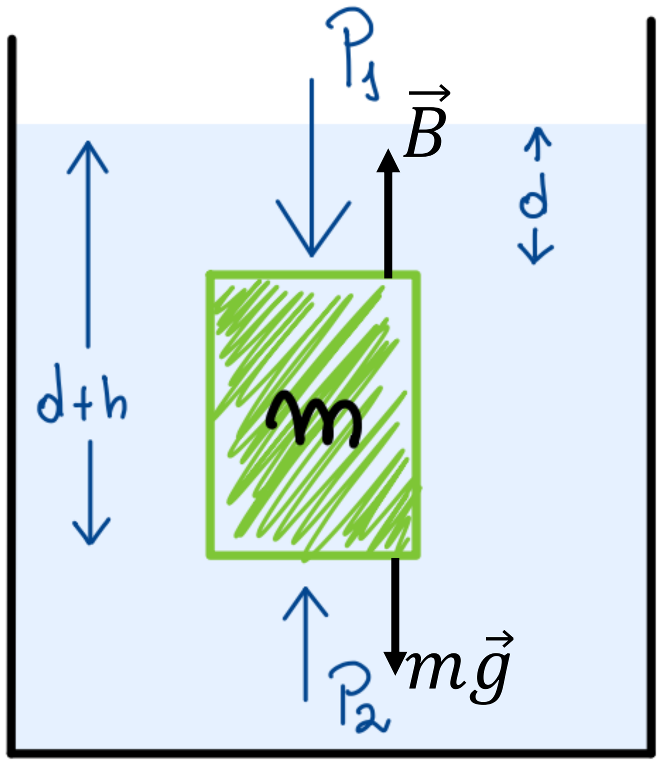
$$\sum F_y = B - mg$$
$$\sum F_y = \rho_f V_d g - \rho_c V_c g$$
$$\sum F_y = (\rho_f - \rho_c) V_d g$$

Notemos que tenemos tres casos:

I. $\rho_f > \rho_c$ lo que implica que la fuerza de empuje es mayor al peso, por lo tanto, el cuerpo asciende.

II. $\rho_f < \rho_c$ lo que implica que la fuerza peso es mayor a la fuerza de empuje, por lo tanto, el cuerpo desciende.

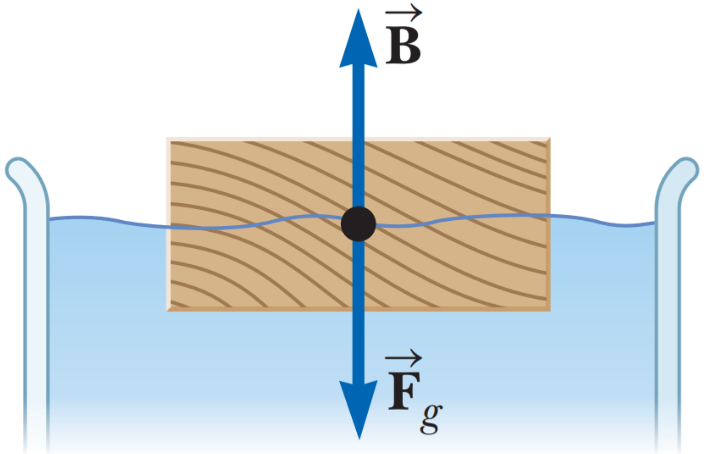
HIDROSTÁTICA



I. $\rho_f > \rho_c$ lo que implica que la fuerza de empuje es mayor al peso, por lo tanto, el cuerpo asciende.

II. $\rho_f < \rho_c$ lo que implica que la fuerza peso es mayor a la fuerza de empuje, por lo tanto, el cuerpo desciende.

III. $\rho_f = \rho_c$ lo que implica que la fuerza neta es cero, por lo tanto, el cuerpo se mantiene en su posición.



Caso 2- Cuerpo que flota: Ahora consideremos un objeto de volumen V_c y densidad $\rho_c < \rho_f$ en equilibrio estático que flota en la superficie de un fluido, es decir, un cuerpo que está parcialmente sumergido. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\sum F_y = 0$$

$$B - F_g = 0$$

$$\rho_f V_d g = \rho_c V_c g$$

$$\frac{V_d}{V_c} = \frac{\rho_c}{\rho_f}$$

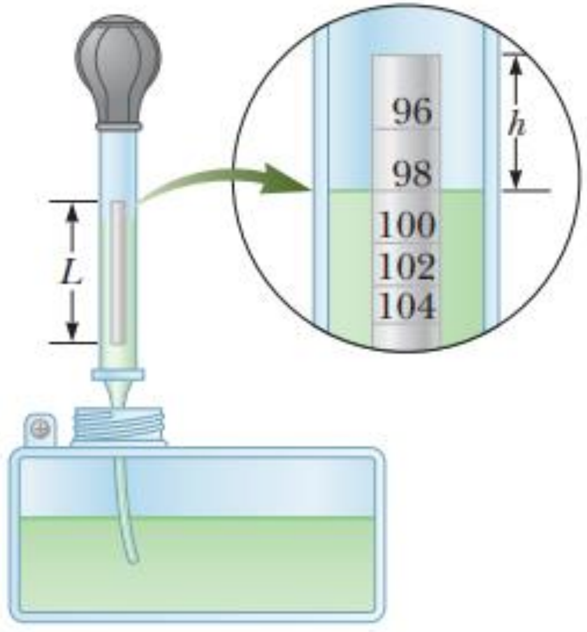
A la razón ρ_c/ρ_f se le conoce generalmente como la fracción que se observa de un cuerpo que flota

PROBLEMA RESUELTO

Problema 03:

Un hidrómetro es un instrumento utilizado para determinar la densidad de los líquidos. El bulbo de una jeringa se presiona y libera para dejar que la atmósfera eleve una muestra del líquido de interés en un tubo que contiene una barra de longitud L y densidad ρ_c, flota parcialmente sumergida en el líquido de densidad desconocida ρ.

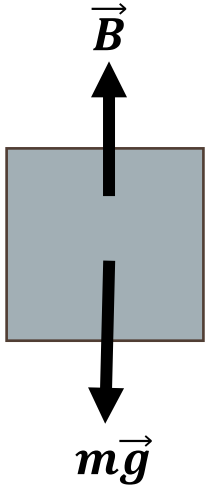
Una longitud h de la barra sobresale de la superficie del líquido. Determine la densidad del fluido.



PROBLEMA RESUELTO

Solución:

Realizamos el DCL:



Por lo tanto, tenemos que la sumatoria de fuerzas en el eje vertical:

$$\sum F_y = 0$$

$$B = mg$$

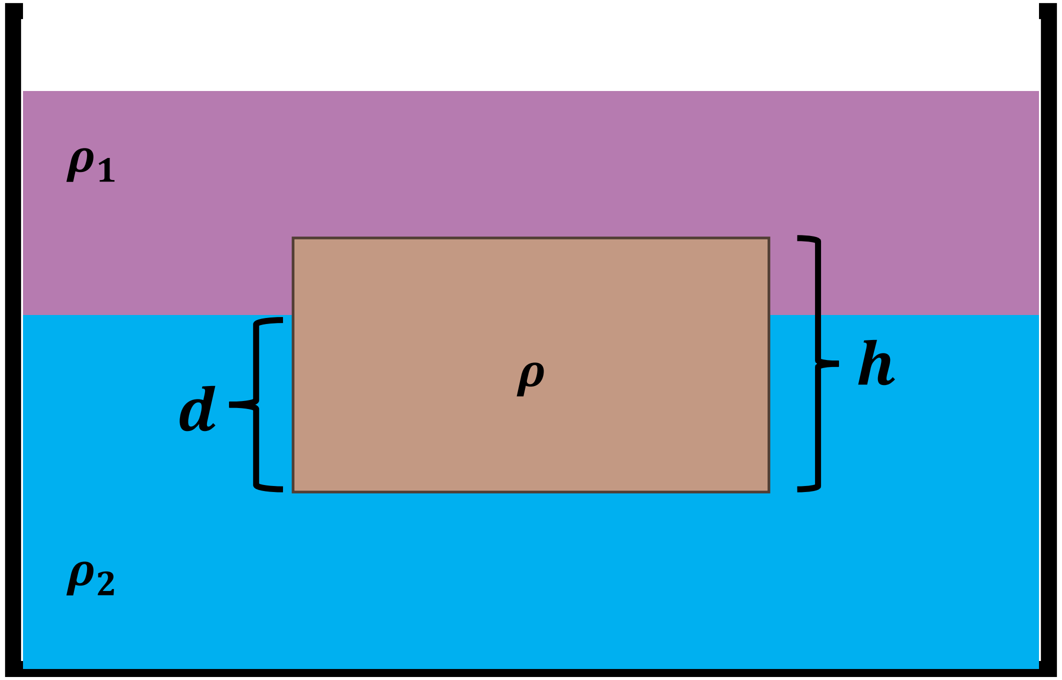
PROBLEMA RESUELTO

$$\rho v_d g = \rho_c A L g$$
$$\rho A(L - h) = \rho_c A L$$
$$\Rightarrow \rho = \rho_c \frac{L}{L - h}$$

PROBLEMA RESUELTO

Problema 04:

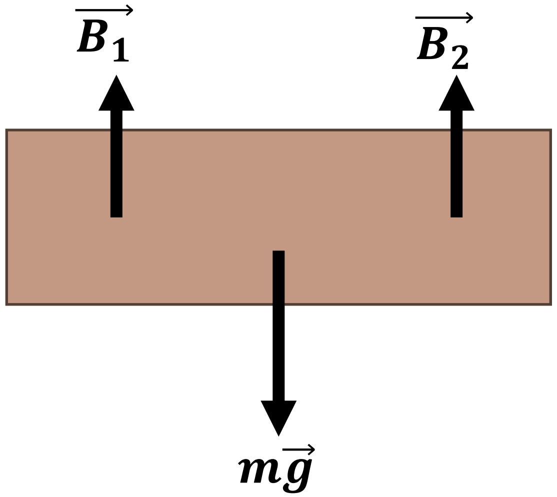
Considere un cilindro de sección A y altura h que se encuentra flotando en la interfaz de dos fluidos de densidades ρ_1 y ρ_2 $(\rho_2 > \rho_1)$. Encuentre la densidad ρ del cilindro, si este se encuentra sumergido en el fluido 2 en una cantidad d y su altura es h.



PROBLEMA RESUELTO

Solución:

Realizamos el DCL:



Por lo tanto, tenemos que la sumatoria de fuerzas en el eje vertical:

$$\sum F_y = 0$$

$$B_1 + B_2 = mg$$

PROBLEMA RESUELTO

$$B_1 = \rho_1 A(h-d)g$$
$$B_2 = \rho_2 A d g$$
$$m_2 g = \rho_c A h g$$

Debido a lo anterior, tenemos que:

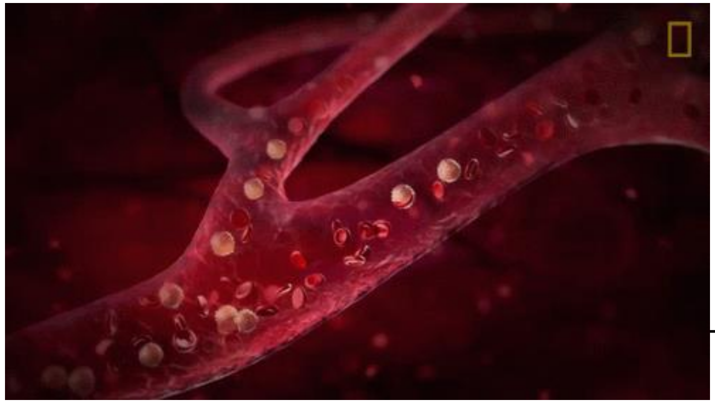
$$\rho_1 A(h-d)g + \rho_2 A d g = \rho_c A h g$$
$$\rho_2 d + \rho_1 (h-d) = \rho_c h$$
$$\Rightarrow \rho_c = \rho_1 + \frac{d}{h}(\rho_2 - \rho_1)$$

HIDRODINÁMICA

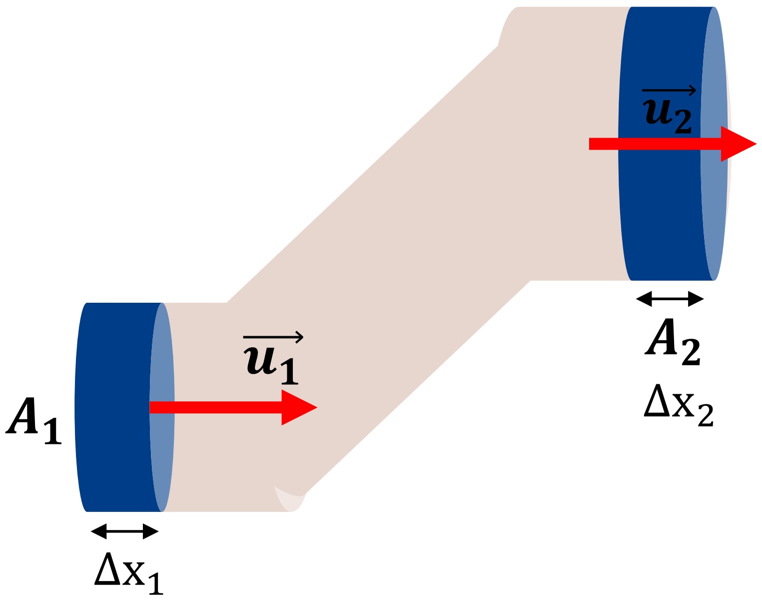
El estudio de los fluidos en movimiento se llama dinámica de fluidos o hidrodinámica.

La dinámica de fluidos se encarga de modelar el movimiento de fluidos, pero dado que el movimiento de los fluidos reales es demasiado complejo, vamos a considerar el **flujo de fluido ideal** que va a tener las siguientes propiedades:

1. No es viscoso.
2. Es estable o laminar. Todas las partículas en un punto tienen la misma velocidad.
3. Tiene densidad constante o es incompresible.
4. No presenta turbulencias o es irrotacional.



EC. DE CONTINUIDAD DE FLUIDOS



Consideremos un fluido ideal moviéndose por una tubería de tamaño no uniforme.

Considere un que el tiempo $t = 0$ el fluido se encuentra en la sección transversal A_1 con velocidad $\overrightarrow{u_1}$ ocupando una longitud Δx_1. Por lo tanto, la masa contenida corresponde:

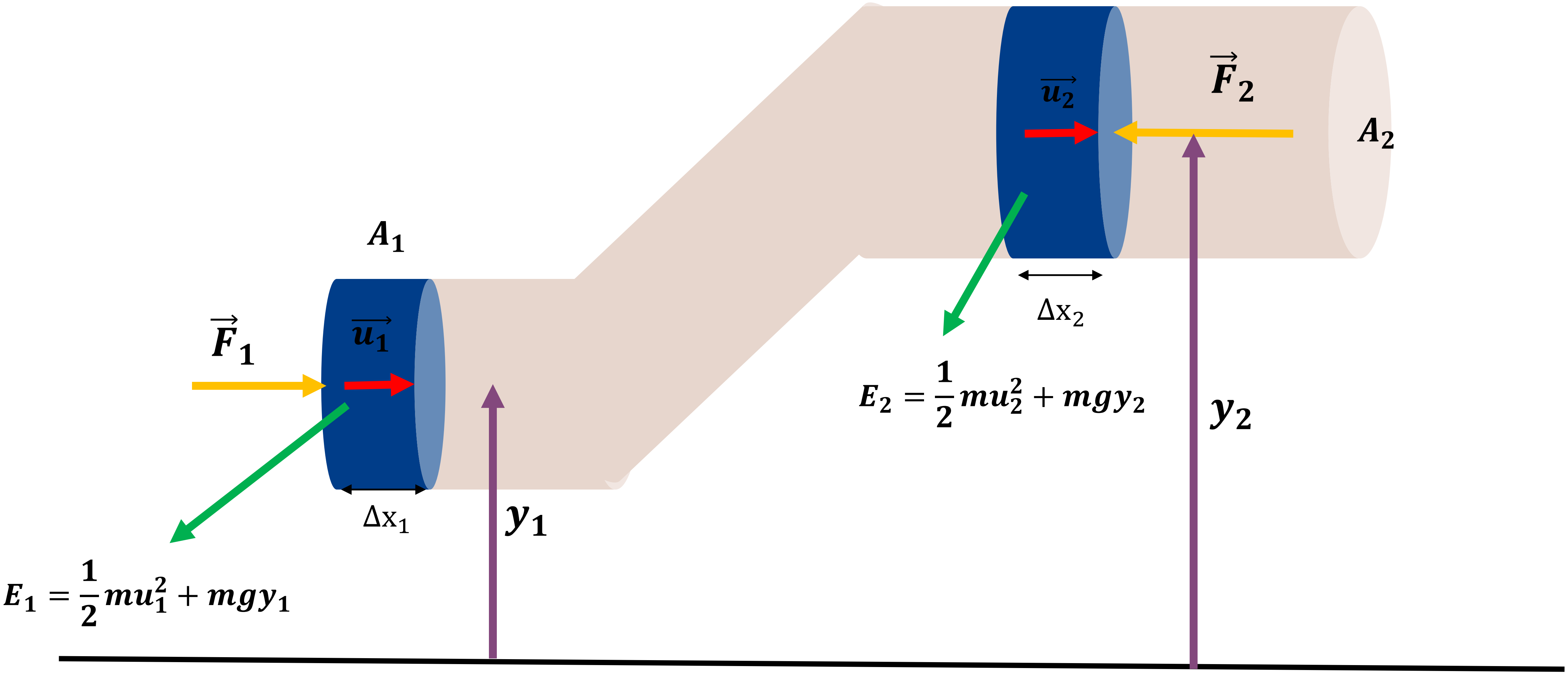
$$m_1 = \rho A_1 \Delta x_1$$

Después de un tiempo Δt, la masa de la izquierda se mueve Δx_1 generando que en la parte superior de la tubería se mueva el fluido por la sección transversal A_2 con velocidad $\overrightarrow{u_2}$ una longitud Δx_2. Por lo tanto, la masa contenida corresponde a:

$$m_2 = \rho A_2 \Delta x_2$$

$$m_1 = m_2 \;\Rightarrow\; A_1 u_1 = A_2 u_2 \Rightarrow V_1 = V_2$$

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA



CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Por conservación de la energía:

$$\Delta E = W$$

En este caso el trabajo corresponde a:

$$W = \vec{F_1} \cdot \overrightarrow{\Delta x_1} + \overrightarrow{F_2} \cdot \overrightarrow{\Delta x_2}$$
$$= P_1 \mathrm{A}_1 \Delta x_1 - P_2 A_2 \Delta x_2$$
$$= (P_1 - P_2)V$$

Debido a lo anterior, tenemos:

$$E_2 - E_1 = (P_1 - P_2)V$$
$$\frac{1}{2}mu_2^2 + mgy_2 - \frac{1}{2}mu_1^2 - mgy_1 = (P_1 - P_2)V$$
$$\frac{1}{2}\rho u_2^2 + \rho g y_2 - \frac{1}{2}\rho u_1^2 - \rho g y_1 = P_1 - P_2$$
$$\left(P_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2 + \rho g y_2\right) - \left(P_2 + \frac{1}{2}\rho u_1^2 + \rho g y_1\right) = 0$$

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Por lo tanto, cuando un fluido está en movimiento, por una "tubería" sin perdidas la cantidad:

$$\Delta\left(P + \frac{1}{2}\rho u^2 + \rho g h\right) = cte$$

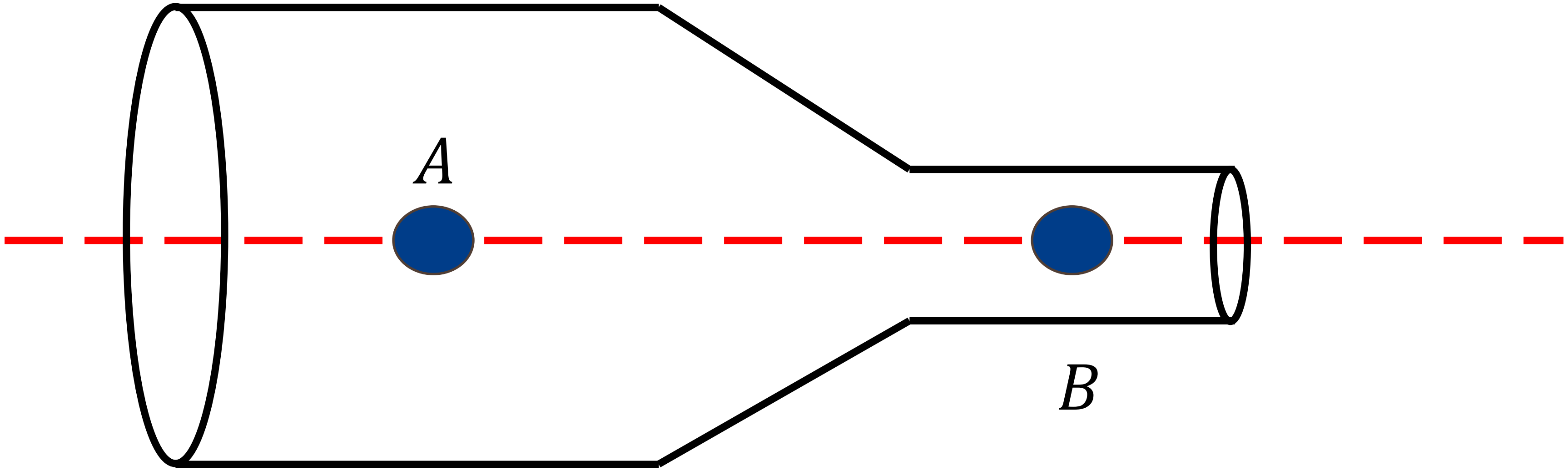
A esta ecuación se le conoce como la ecuación de Bernoulli, fue descubierta por Daniel Bernoulli en 1738 por el físico Suizo.

Es importante notar lo siguiente:
- Al termino P se le conoce como a la **presión absoluta**
- Al termino $\frac{1}{2}\rho u^2$ se le conoce como **presión dinámica**
- Al termino $\rho g h$ se le conoce como **presión estática**

PROBLEMA RESUELTO

Problema 05:

Considere la tubería de la figura con sus correspondientes áreas, por la cual circula un fluido ideal de densidad ρ. Determine en qué punto la velocidad y presión son mayores.



Puede ser útil para resolver este problema considerar la ecuación de continuidad