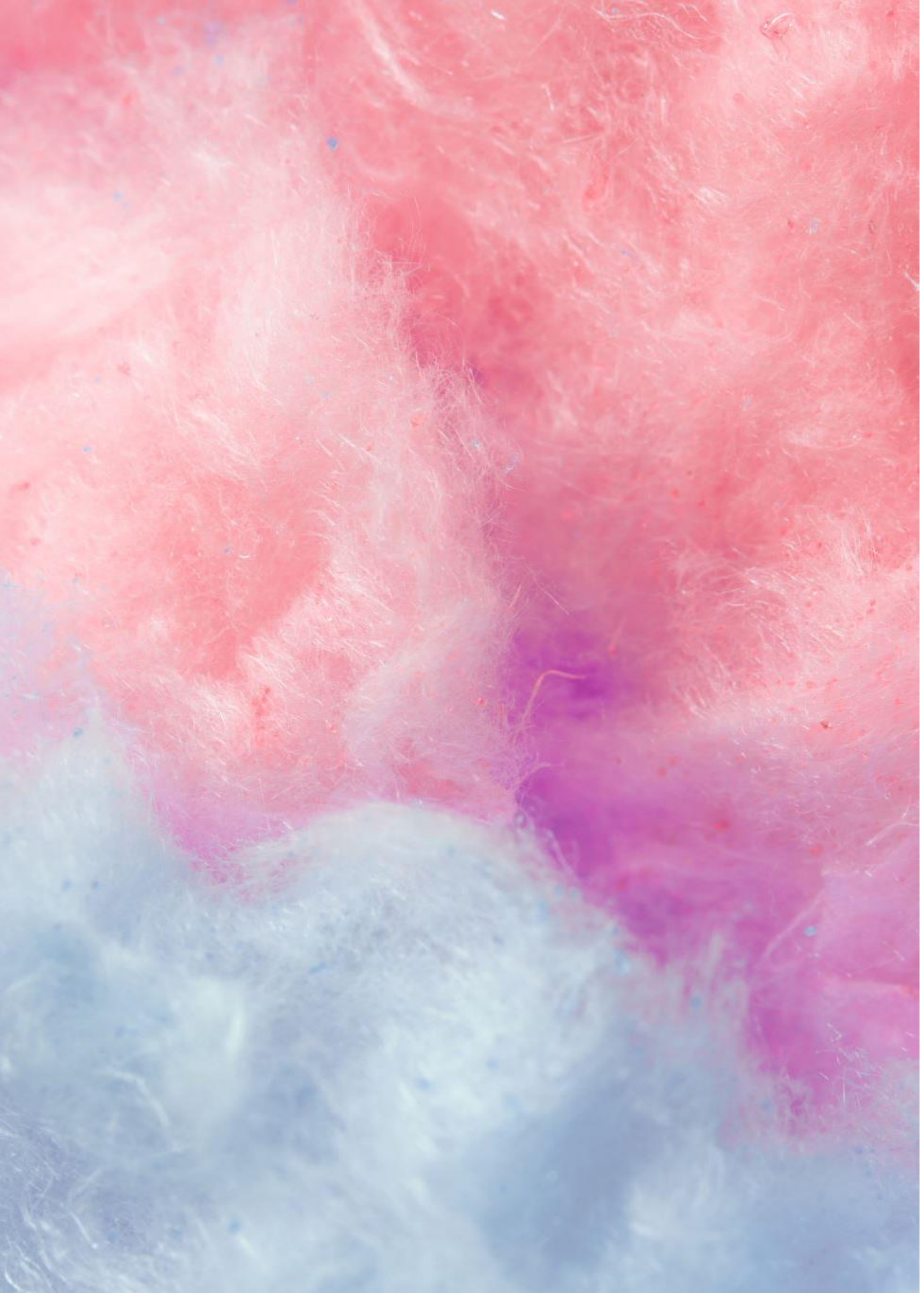


FÍSICA 01

Clase 15: Hidrostática

Profesor: Mirko Mol

CASO MÁS GENERAL

Considere un libro que cae por un plano inclinado rugoso de longitud D, al escribir la ecuación de conservación de energía podemos decir que:

$$\Delta \mathrm{K} + \Delta U = W$$

Que se puede escribir también como:

$$\Delta E_{mec} = W_{OF} - f_k D$$

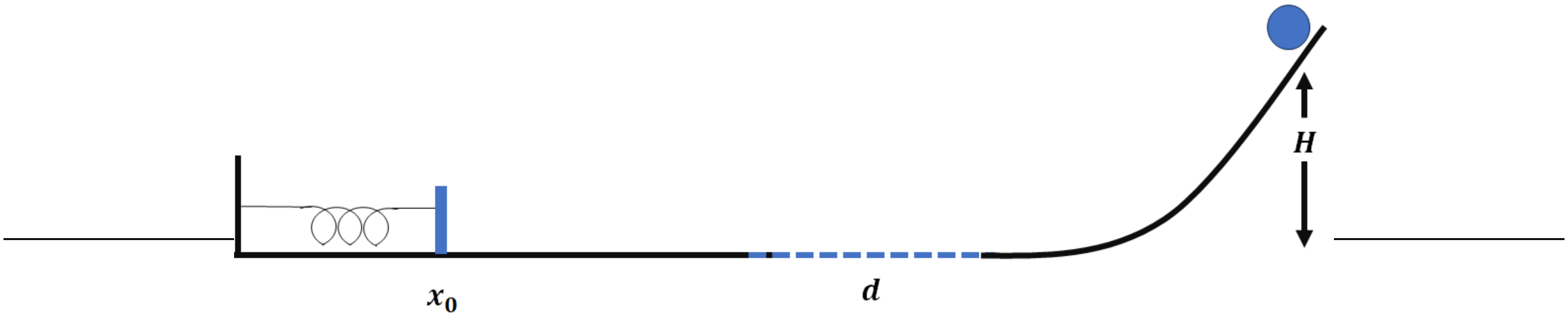
Lo que nos indica, que cualquier cambio en la energía mecánica de un sistema se va a deber a que existe una fuerza haciendo trabajo.

CASO MÁS GENERAL

Problema 06:

Considere un cuerpo de masa m que se encuentra a una altura H, queremos determinar la distancia L que se comprime el resorte de constante de restitución k. Además, considere que la trayectoria que va a seguir la masa tiene un tramo de largo d con coeficiente de roce μ_k. Para determinar la compresión calcule:

1. La velocidad de la masa m después de pasar por el segmento con roce en función de valores conocidos.
2. La distancia L que se comprime el resorte.
3. Si luego de comprimir el resorte, la masa m es eyectada siguiendo la misma trayectoria por la cual venía ¿La masa llega a la misma altura desde donde comenzó el movimiento? Justifique su respuesta.

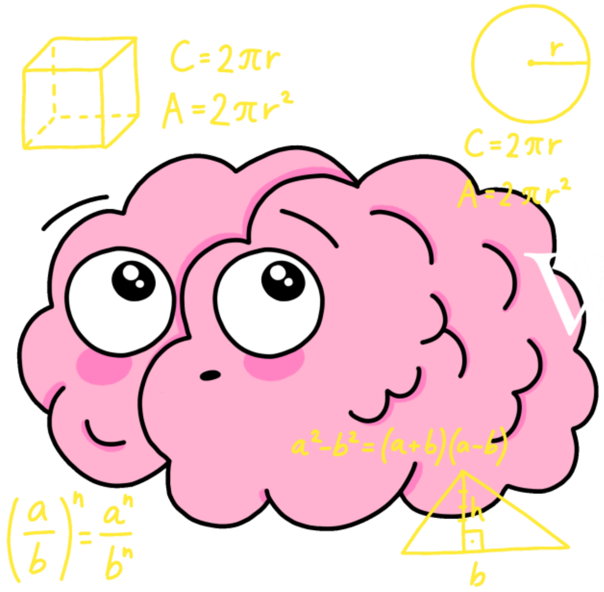


OBJETIVOS DE LA CLASE

I. Definición de fluido, presión y empuje.

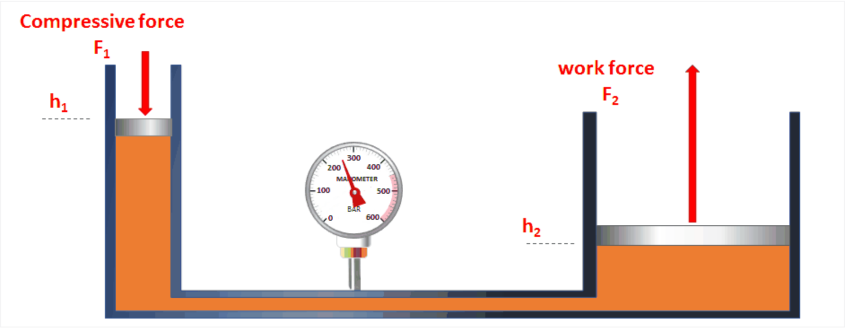
II. Ley de Pascal.

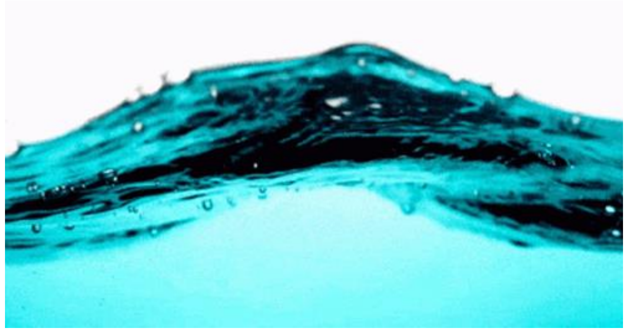
III. Principio de Arquímedes y flotación.

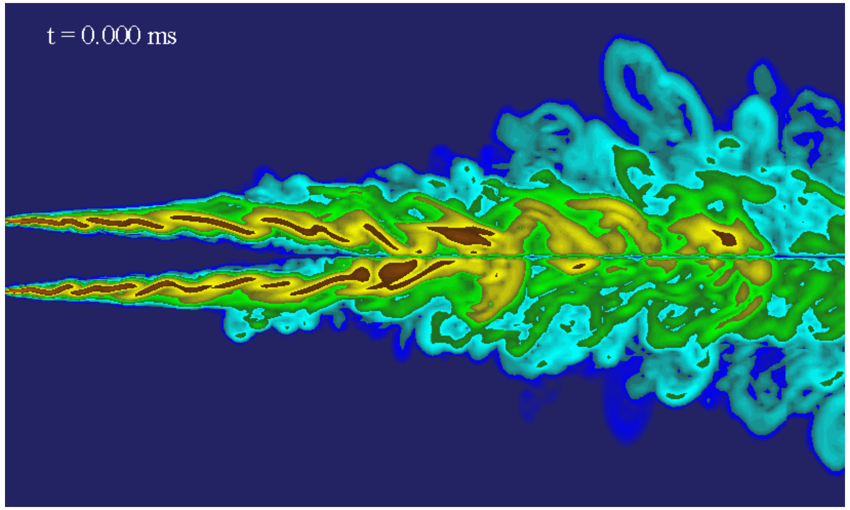


¿QUÉ ES UN FLUIDO?

Un fluido es un líquido, gas u otro material que puede continuamente moverse y deformarse bajo el efecto de una fuerza externa.
El estudio de los fluidos en reposos es la llamada hidrostática y la hidrodinámica es aquella parte de la física que estudia fluidos en movimiento.







¿QUÉ ES LA DENSIDAD?

Vamos a entender por densidad, como la cantidad de masa que tiene un cuerpo en el espacio que utiliza.

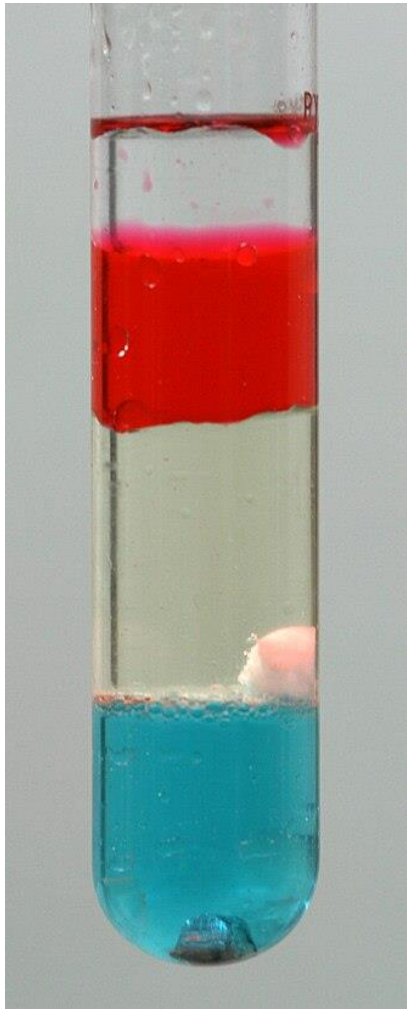
Esto nos permite definir los siguientes tipos de densidades:

$$\rho = \frac{m}{v} \quad [ML^{-3}]$$

$$\sigma = \frac{m}{A} \quad [ML^{-2}]$$

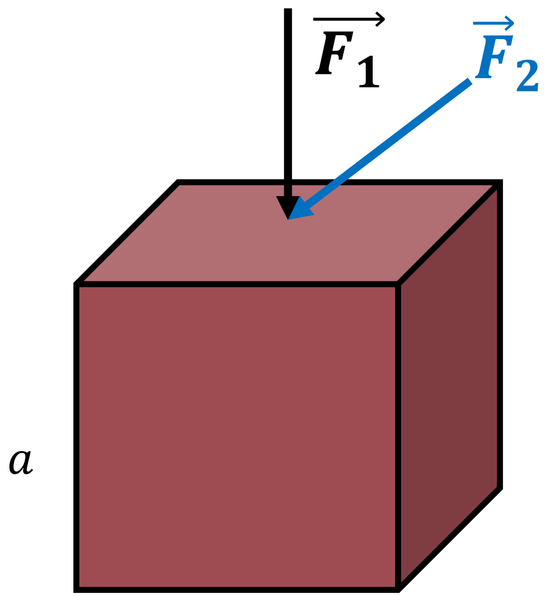
ρ recibe el nombre de densidad volumetría y tiene relación con la densidad de cuerpos en 3D.

σ recibe el nombre de densidad superficial y tiene relación con la densidad de cuerpos en 2D.



¿QUÉ ES LA PRESIÓN?

Cuando una fuerza es aplicada sobre una determinada superficie, está experimenta una magnitud física llamada **Presión.**



Para ser más precisos, la presión que experimenta un cuerpo corresponde a la fuerza perpendicular sobre el área que es aplicada. Se define de la siguiente forma:

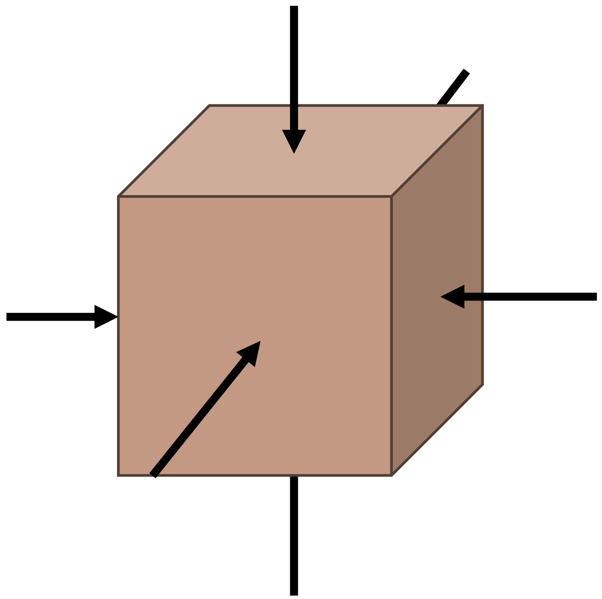
$$p = \frac{|\vec{F}|}{A} \qquad [ML^{-1}T^{-2}]$$

La unidad en el SI de la presión es el Pascal (Pa), el cual corresponde a la fuerza ejercida por un Newton sobre un metro cuadro ($1\,Pa = N/m^2$).

FLUIDOS Y PRESIÓN

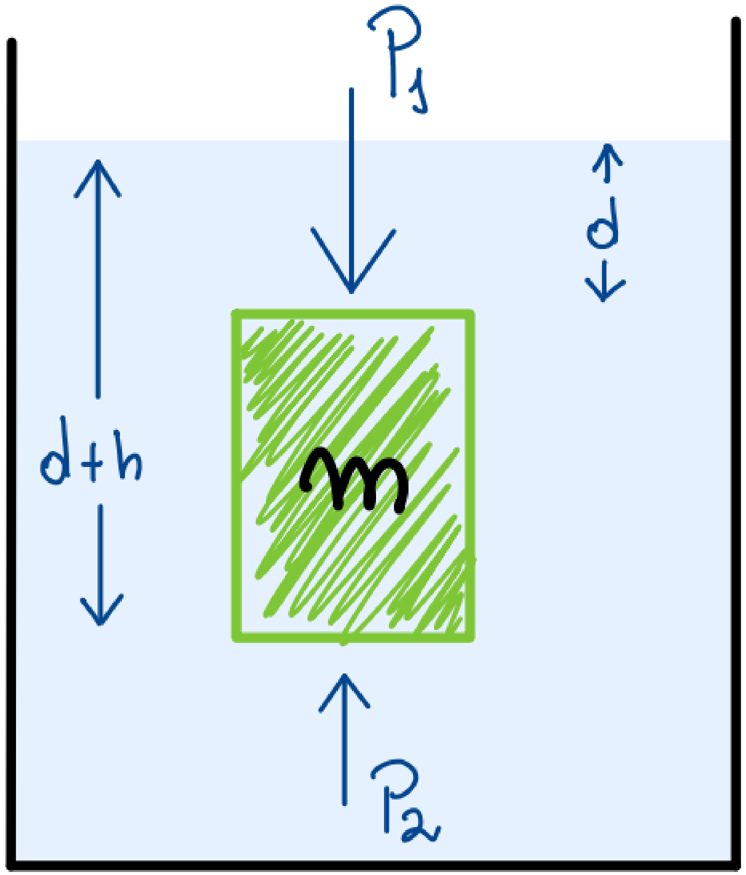
Cuando un cuerpo es sumergido en un fluido estático, este es aplastado en todas direcciones por el fluido.

Dicho de otra forma, el **fluido ejerce una presión** sobre el cuerpo, lo que significa que **la fuerza ejercida** por un fluido estático sobre un cuerpo es **siempre perpendicular** a la superficie del objeto.



Considerando lo anterior, ¿la presión en la tierra es siempre la misma? O ¿la presión conforme uno se sumerge en el mar es siempre la misma?

PRESIÓN Y CANTIDAD DE FLUIDO



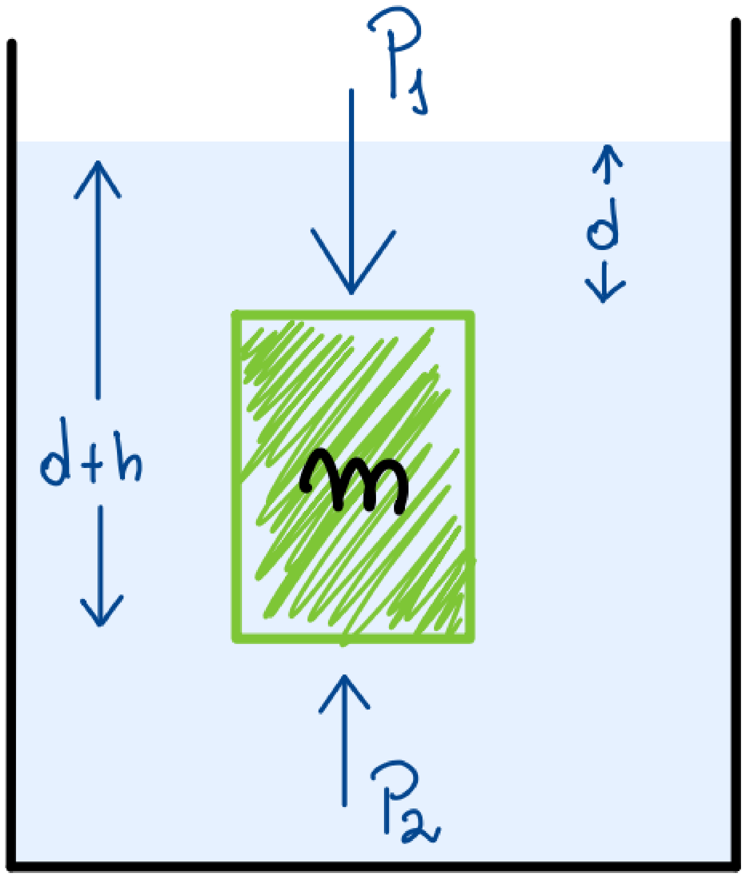
Para responder esta pregunta, consideremos un cuerpo estático completamente sumergido en un fluido como se observa la figura.

Consideremos que el cuerpo tiene masa m, densidad ρ y volumen $v = Ah$, por lo tanto, aplicando la segunda ley de Newton sobre el cuerpo:

$$\sum F_y = 0$$

$$P_2 A - P_1 A - mg = 0$$
$$P_2 A - P_1 A = \rho A h g$$
$$\Delta P = \rho h g$$

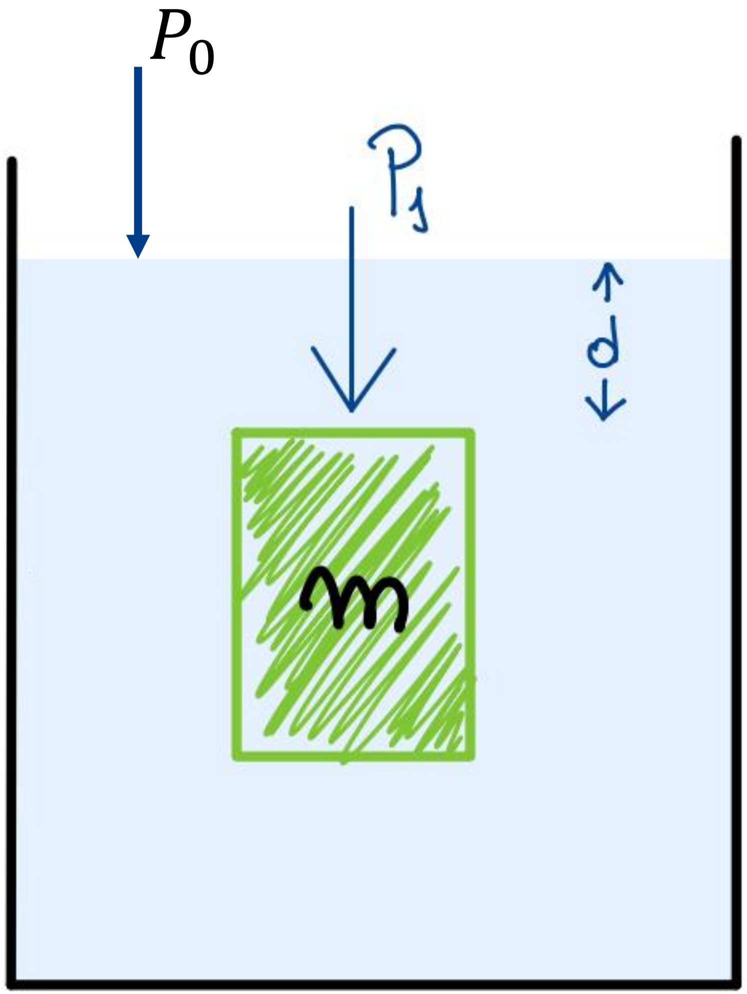
PRESIÓN Y CANTIDAD DE FLUIDO



Está expresión nos indica que la **presión** varía con la profundidad, dicho de otra forma, mientras **mayor cantidad de fluido sobre el cuerpo, mayor es la presión**.

De acuerdo a nuestra definición, el aire y todos los gases que conforman la atmosfera, son fluidos, por lo tanto, sobre nosotros tenemos un "mar" que ejerce una presión. Dicha presión $\boldsymbol{P_0}$ recibe el nombre de **presión atmosférica**. La presión atmosférica corresponde a $1{,}013 \times 10^5$ (Pa) y esté valor se alcanza a "nivel del mar".

Por lo tanto, mientras a **mayor altura** se encuentra una ciudad, **la presión atmosférica es menor**. En contraposición, mientras más profundo nos sumerjamos en el mar, mayor es la presión sobre nosotros.



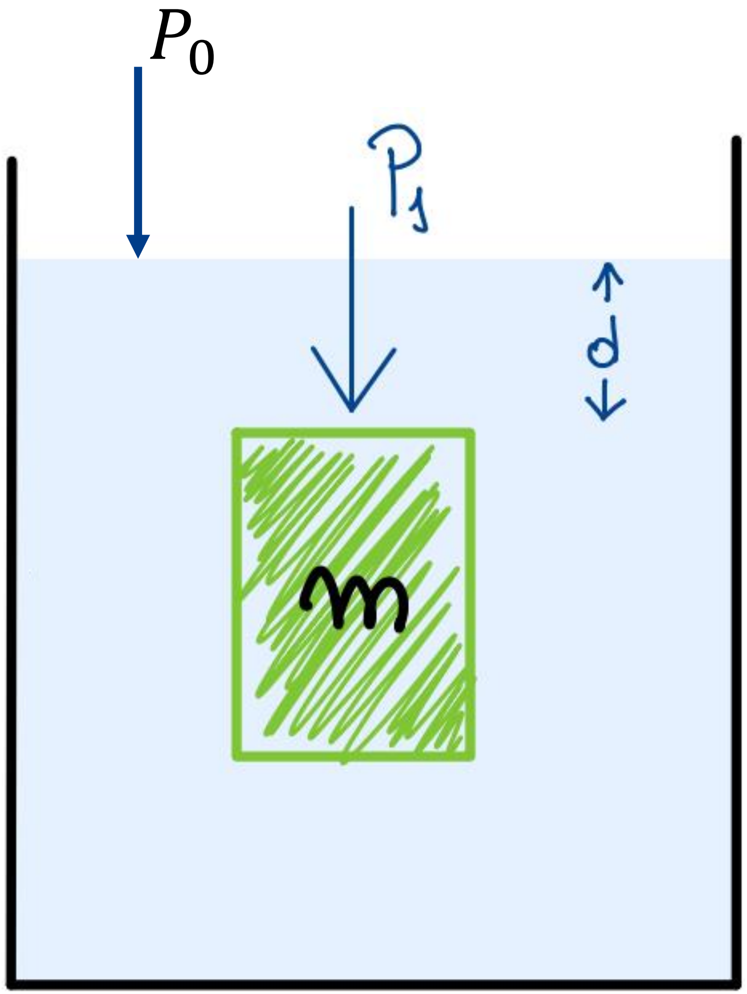
Problema 01:

Calcule la presión P_1 sobre la cara superior del cuerpo de masa m que se encuentra sumergido en un fluido de densidad ρ_f que se encuentra en un recipiente abierto.

Solución:

Para solucionar este problema debemos notar que el recipiente está abierto, por lo tanto, está sometido a la presión atmosférica P_0. Ahora, para determinar la presión P_1 debemos notar que la cara esta sometida a la presión P_0 y a la producida por todo el fluido sobre ella.

PRESIÓN Y CANTIDAD DE FLUIDO



Solución:

Dado lo anterior:

$$P_1 = P_0 + P_{fluido}$$

Como ya sabemos la presión que ejerce el fluido se puede escribir como:

$$P_{fluido} = \rho_f g d$$

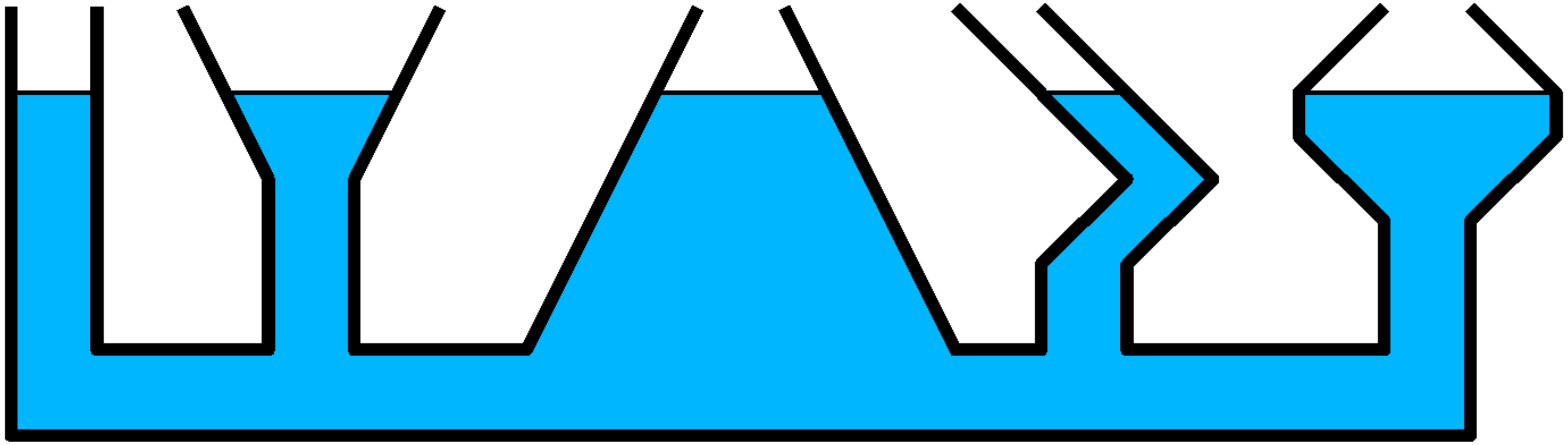
Por lo tanto;

$$P_1 = P_0 + \rho_f g d$$

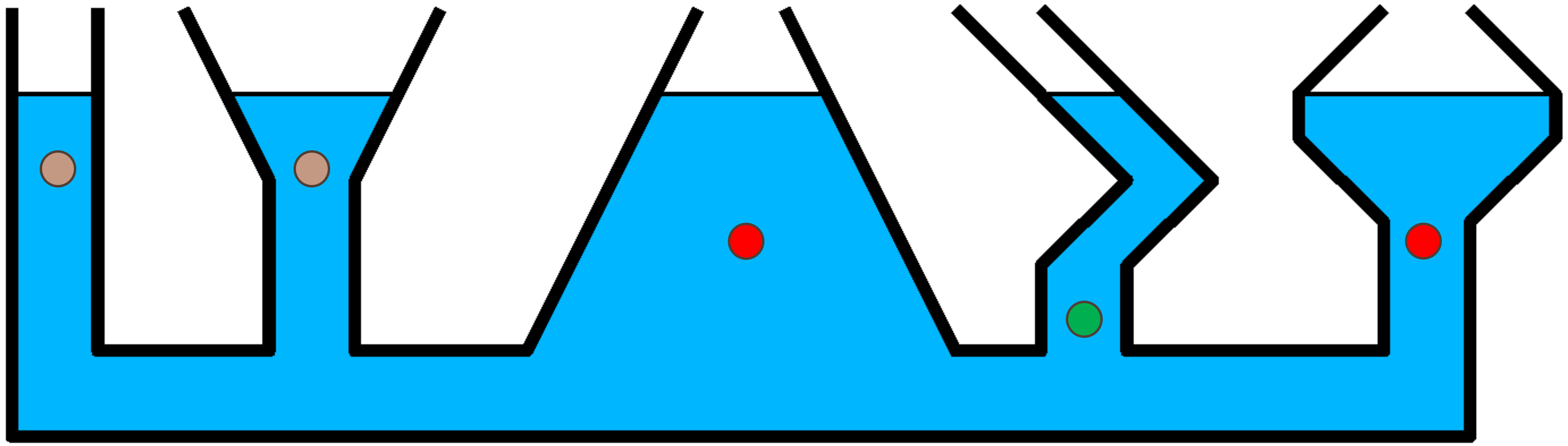
PRINCIPIO DE PASCAL

Blaise Pascal en el siglo XVII demostró que la presión que se ejerce sobre un líquido se trasmite con la misma dirección y la misma intensidad.

Si tenemos un sistema abierto como el de la figura, el fluido una vez en reposo alcanza el mismo nivel en cada uno de los contenedores. Esto es debido a que **la presión a la que está sometido el líquido es la misma.**



PRINCIPIO DE PASCAL

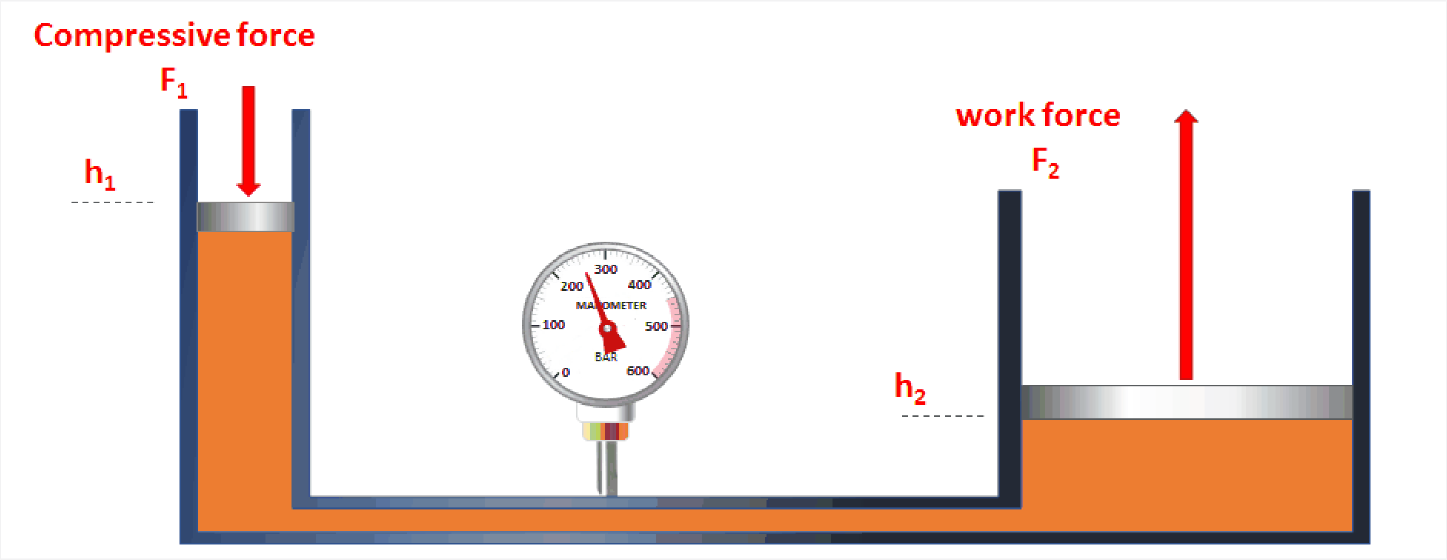


Considere los puntos que están colocados en la figura, ¿Qué puntos experimentan la misma presión?. Ordene los puntos de mayor a menor presión.

PRENSA HIDRÁULICA

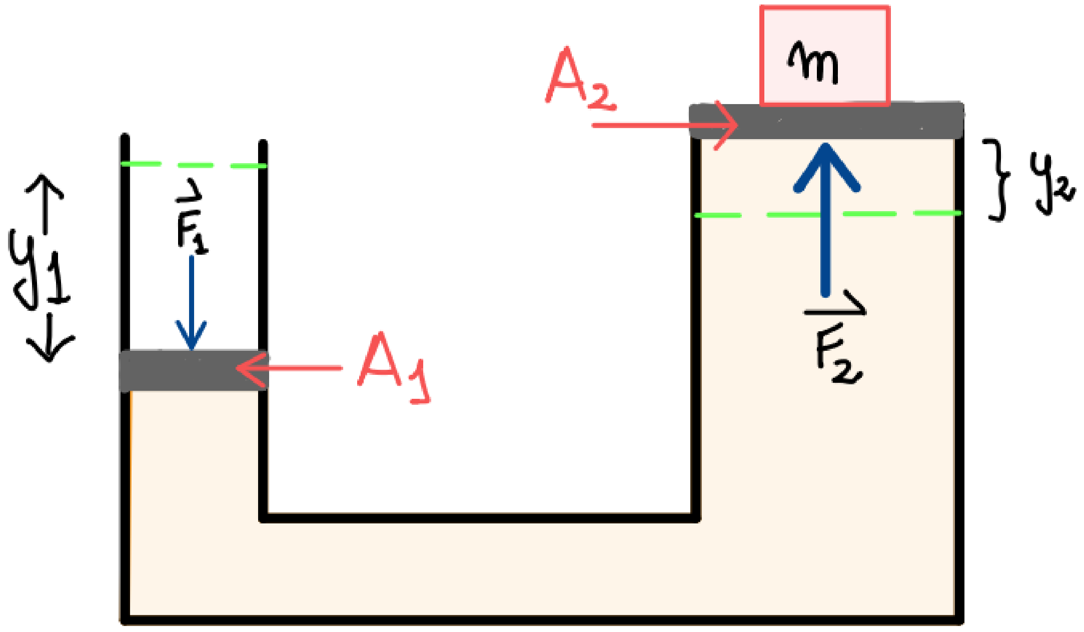
La prensa Hidráulica es una aplicación del principio de Pascal. Consiste en un sistema cerrado con dos plataformas de áreas muy distintas, el sistema se encuentra lleno de un fluido incomprensible. Debido a que el fluido se encuentra originalmente estático la presión sobre cada plataforma es la misma.

Si se ejerce una **fuerza sobre la plataforma pequeña**, va a bajar transmitiendo esta presión por todo el fluido, en particular, va a **generar una fuerza sobre la plataforma más grande generando que su altura cambie**.



PRENSA HIDRÁULICA

Esta fuerza va a generar que un volumen de fluido V_1 se mueva por la prensa y suba la plataforma. Consideremos que la plataforma de la izquierda baja y_1 (m) tiene un área A_1 y es donde se aplica la fuerza $\vec{F}_1$, en cambio la plataforma de la derecha sube y_2 (m) tiene un área A_2 y es donde se aplica la fuerza $\vec{F}_2$



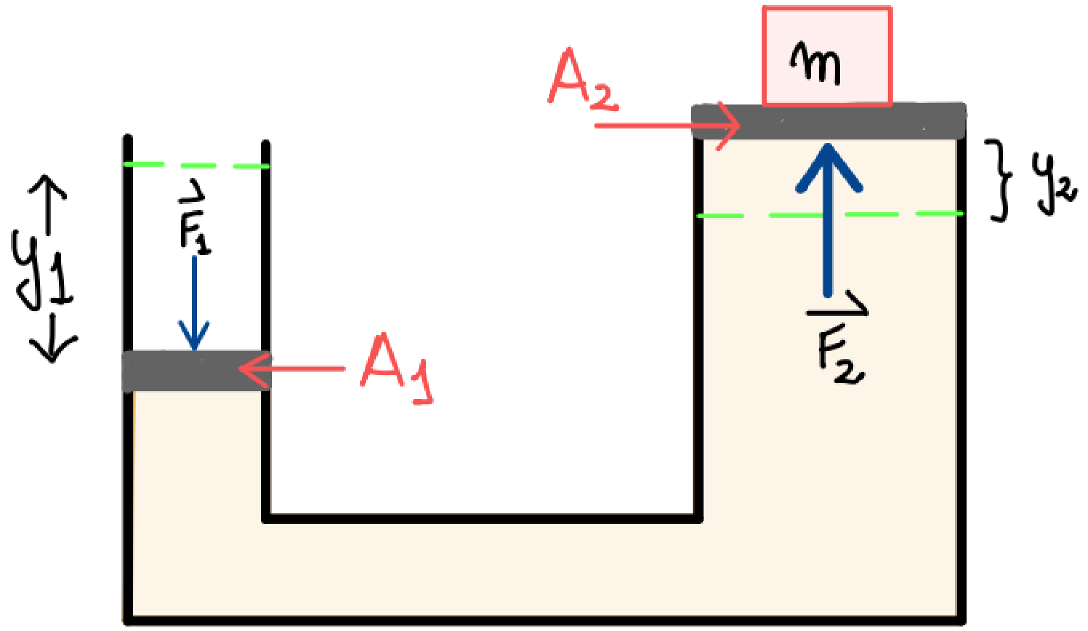
Primero notemos que la presión P que genera $\vec{F}_1$ es la misma en todo el fluido y tiene valor :

$$P = \frac{F_1}{A_1}$$

Pero, por el principio de Pascal, se cumple también:

$$P = \frac{F_2}{A_2}$$

PRENSA HIDRÁULICA



Dado lo anterior, podemos igualar las presiones, obteniendo:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_1\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = F_2$$

Notemos que $A_1 \gg A_2$, por lo tanto, el módulo F_2 es mucho mayor que F_1

Problema 02:

Considere una prensa hidráulica de dos plataformas, de áreas $A_1 = 0{,}2000\ (\mathrm{m}^2), \mathrm{A}_2 = 5{,}000\ (\mathrm{m}^2)$. Sobre la segunda plataforma se coloca un automóvil Suzuki Swift de 1035,0 (kg). ¿Cuál es la fuerza mínima que se debe ejercer para levantar el auto?

Solución:

Para solucionar este problema podemos utilizar la relación deducida anteriormente, en este caso:

$$F_1 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) F_2$$

Donde la fuerza mínima es aquella que permita que el auto se mueva sin acelerar, por lo tanto, F_2 debe tener el mismo modulo que el peso del automóvil.

PRENSA HIDRÁULICA

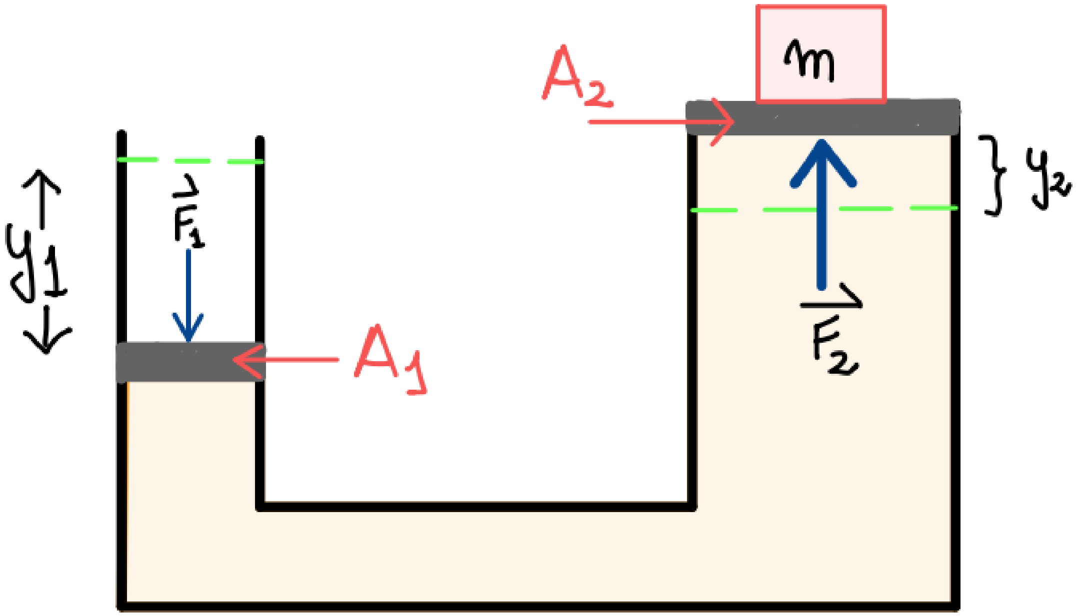
Reemplazando valores, obtenemos que:

$$F_1 = \left(\frac{0{,}2}{5{,}0}\right) 1035 \times 9 \ (N)$$

$$F_1 = 405{,}7 \ (\mathrm{N})$$

Note que una fuerza de 405 (N) es fácilmente producida por una masa de aproximadamente 41 (kg).

PRENSA HIDRÁULICA



Considerando en el ejemplo anterior, ¿Cuánto es lo que sube la plataforma más grande?

Para responder a esta pregunta, debemos considerar que $\overrightarrow{F_1}$ al lograr bajar la plataforma una distancia y_1 movió un volumen de fluido que hizo subir la plataforma más grande.

Llamemos al volumen del fluido desplazado en la plataforma izquierda V_1, podemos escribir matemáticamente:

$$V_1 = y_1 A_1$$

Este volumen, no desaparece, sino que es el que hace subir la plataforma de la derecha debido a que la presión es la misma. Llamemos a este volumen V_2:

$$V_2 = y_2 A_2$$

PRENSA HIDRÁULICA

Debido a que la prensa no tiene fugas, se debe cumplir que el volumen que se desplaza a la izquierda es el mismo que aparece a la derecha, por lo tanto:

$$V_1 = V_2$$

$$y_1 A_1 = y_2 A_2$$

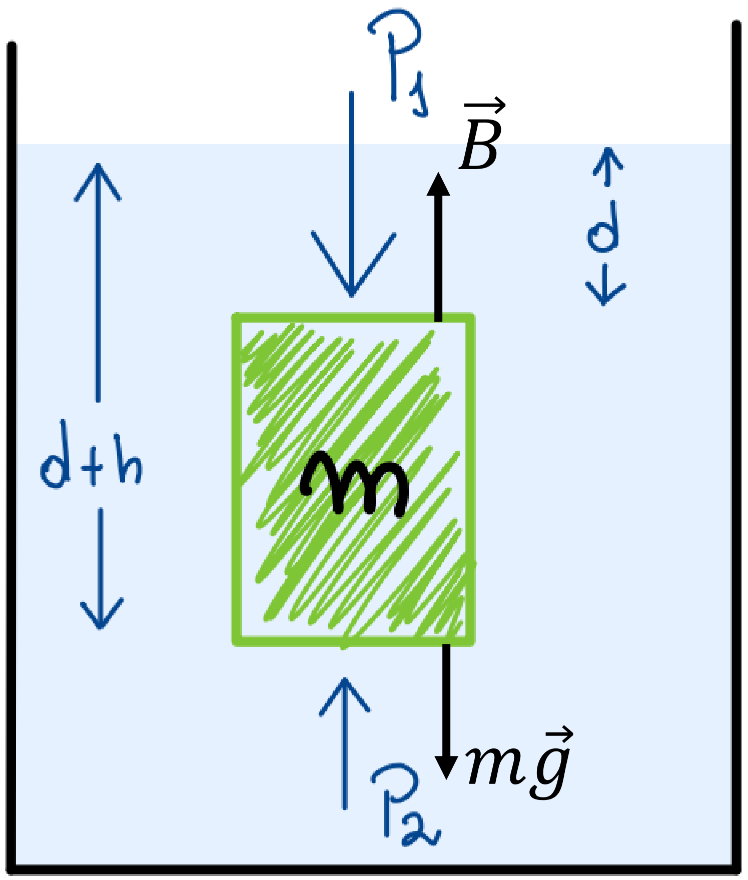
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{y_2}{y_1}$$

Utilizando la expresión encontrada para la fuerza y las áreas:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{y_2}{y_1}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{y_2}{y_1}$$

FUERZA BOYANTE O EMPUJE

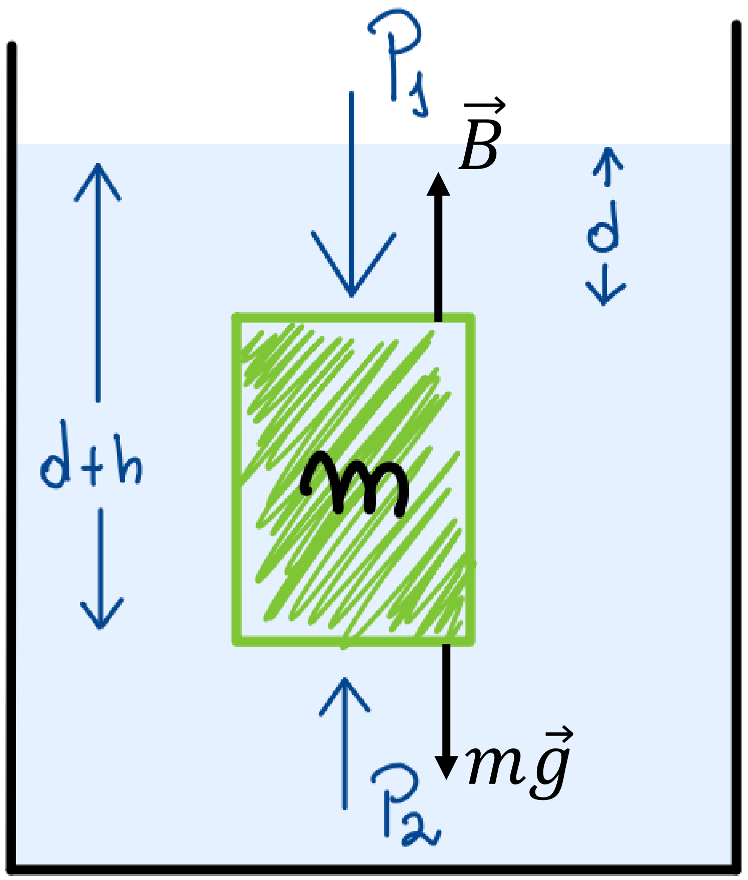


Consideremos un cuerpo de masa m que se encuentra en equilibrio en un fluido de densidad ρ_f.

Desde el punto de vista de la dinámica, el cuerpo está en reposo debido a que la **suma de fuerzas debe ser 0**, por lo tanto, debe aparecer una **fuerza en la misma dirección** que la fuerza peso, **pero en sentido contrario**.

Esta fuerza que aparece cuando sumergimos un cuerpo en fluido, es llama la fuerza Boyante, de flotación o empuje. Está fuerza es ejercida por el **fluido sobre el cuerpo.**

FUERZA BOYANTE O EMPUJE

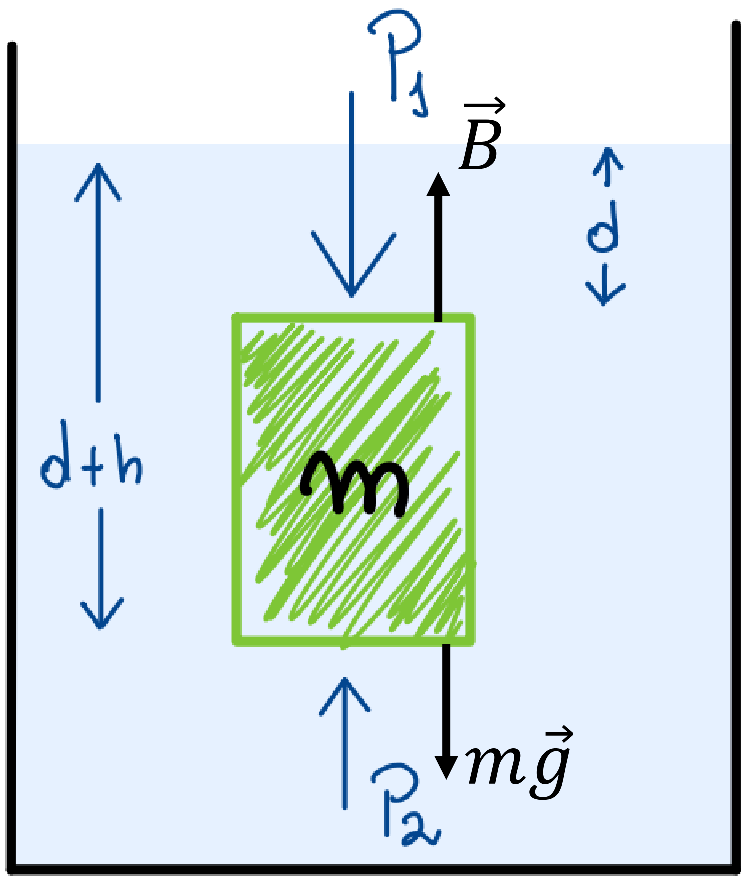


Como ya calculamos anteriormente, la diferencia de presión ΔP es positiva, debido a que la presión del fondo es mayor a que la de la cara superior. Por lo tanto, está diferencia de presión entre las caras es la que da origen a la fuerza de empuje:

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \Delta P A\ \hat{y}\\ &= (\rho_f g h) A\ \hat{y}\\ &= \rho_f g V_m\ \hat{y}\end{aligned}$$

Primero, notemos que $\boldsymbol{V_m}$ **corresponde al volumen del cuerpo**, dado lo anterior, este también es el **volumen de fluido que desplaza** $\boldsymbol{V_d}$ el cuerpo al estar completamente sumergido.

FUERZA BOYANTE O EMPUJE



Por lo tanto, la expresión anterior nos queda:

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \Delta PA\,\hat{y}\\ &= (\rho_f gh)A\,\hat{y}\\ &= \rho_f gV_d\,\hat{y}\end{aligned}$$

Expresión que nos va a ser de mayor utilidad en los cálculos siguientes.

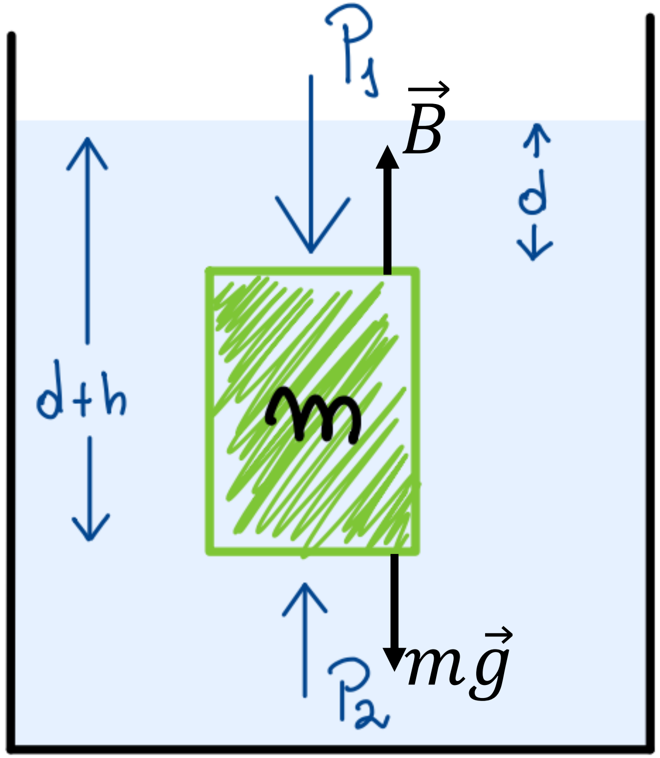
Fue Arquímedes de Siracusa, la primera persona en notar que la **magnitud de la fuerza de flotación** sobre un objeto es siempre igual al **peso del fluido desplazado por objeto**.

Esto lo podemos notar de nuestra expresión, porque

$$M_f = \rho_f V_d$$

$$\Rightarrow \vec{B} = M_f g\,\hat{y}$$

HIDROSTÁTICA



Consideremos dos casos de estudios de la hidrostática:

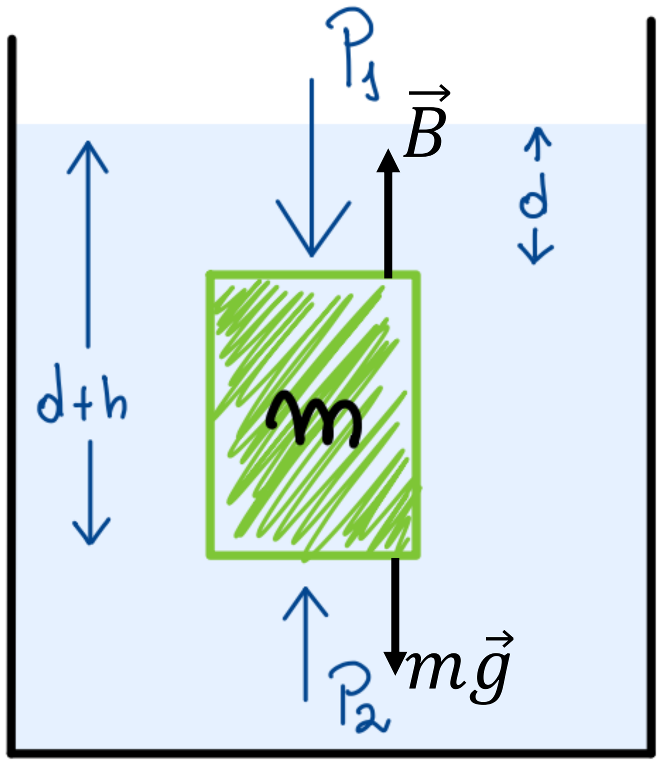
Caso 1- Cuerpo completamente sumergido: Cuando un cuerpo está completamente sumergido, al aplicar la segunda ley de Newton, se obtiene:

$$\sum F_y = B - mg$$
$$\sum F_y = \rho_f V_d g - \rho_c V_c g$$
$$\sum F_y = (\rho_f - \rho_c) V_d g$$

Notemos que tenemos tres casos:

I. $\rho_f > \rho_c$ lo que implica que la fuerza de empuje es mayor al peso, por lo tanto, el cuerpo asciende.

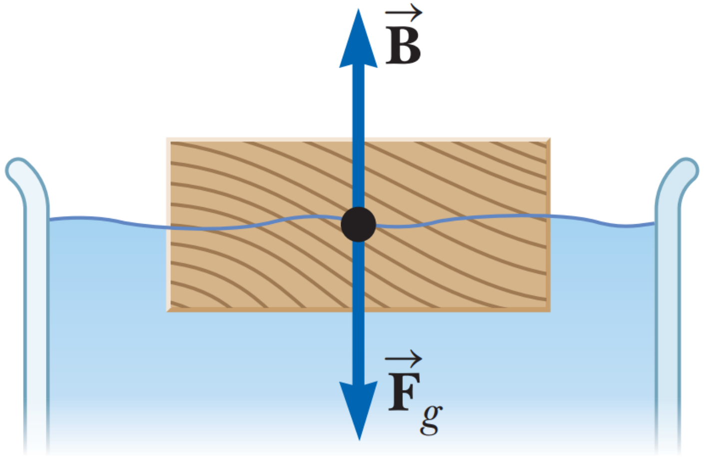
II. $\rho_f < \rho_c$ lo que implica que la fuerza peso es mayor a la fuerza de empuje, por lo tanto, el cuerpo desciende.



I. $\rho_f > \rho_c$ lo que implica que la fuerza de empuje es mayor al peso, por lo tanto, el cuerpo asciende.

II. $\rho_f < \rho_c$ lo que implica que la fuerza peso es mayor a la fuerza de empuje, por lo tanto, el cuerpo desciende.

III. $\rho_f = \rho_c$ lo que implica que la fuerza neta es cero, por lo tanto, el cuerpo se mantiene en su posición.



Caso 2- Cuerpo que flota: Ahora consideremos un objeto de volumen V_c y densidad $\rho_c < \rho_f$ en equilibrio estático que flota en la superficie de un fluido, es decir, un cuerpo que está parcialmente sumergido. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\sum F_y = 0$$

$$B - F_g = 0$$

$$\rho_f V_d g = \rho_c V_c g$$

$$\frac{V_d}{V_c} = \frac{\rho_c}{\rho_f}$$

A la razón ρ_c/ρ_f se le conoce generalmente como la fracción que se observa de un cuerpo que flota