Guía 04- Trabajo y Energía
Física 01

Equipo docente de Física

13 de noviembre de 2023

Considere los siguientes ejercicios como un complemento de lo realizado en clases y ayudantía. Para una mayor gama de ejercicios, se recomienda revisar los ejercicios que se encuentran en los capítulos 7 y 8 del libro Física para ciencias e ingeniería de Serway.

1. Trabajo

1. Una fuerza $\vec{F} = (6\hat{i} - 2\hat{j})\ (N)$ actúa en una partícula que experimenta un desplazamiento $\Delta\vec{r} = (6\hat{i} - 2\hat{j})\ (m)$. Determinar el trabajo invertido por la fuerza en la partícula y el ángulo entre $\vec{F}$ y $\Delta\vec{r}$.

1.1. Solución

Para calcular el trabajo que realiza esta fuerza, vamos a utilizar el producto escalar:

$$\begin{aligned} W &= \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} \\ W &= (6\hat{i} - 2\hat{j}) \cdot (6\hat{i} - 2\hat{j}) \\ W &= (6\hat{i} \cdot 6\hat{i}) + (-2\hat{j} \cdot -2\hat{j}) \\ w &= (36 + 4)\ (J) \\ W &= 40(J) \end{aligned}$$

El trabajo realizado por esta fuerza es de 40 J.

Como se pide el ángulo que forman ambos vectores, vamos a recurrir a la definición de producto escalar:

$$\vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F\ \Delta r\ cos(\theta) \tag{1}$$

Para poder usar esta ecuación vamos a calcular el módulo de los dos vectores:

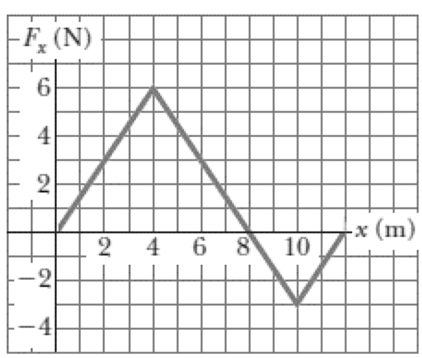
$$\begin{aligned} F &= \sqrt{6^2 + (-2)^2} = \sqrt{40} = 6{,}3(N) \\ \Delta r &= \sqrt{6^2 + (-2)^2} = \sqrt{40} = 6{,}3(N) \end{aligned}$$

Reemplazando en la ecuación del trabajo:

$$
\begin{aligned}
W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F\ \Delta r\ cos(\theta) \\
\frac{W}{F\ \Delta r} = cos(\theta) \\
\theta = arccos\Big(\frac{W}{F\ \Delta r}\Big) \\
\theta = arccos\Big(\frac{40J}{40J}\Big) \\
\theta = 0°
\end{aligned}
$$

Es decir, los vectores son paralelos.

2. Considere una fuerza que actúa en una partícula $F_x = (8x - 16)\ N$, donde x está en metros.
   a) Grafique esta fuerza respecto a x desde $x = 0$ hasta $x = 3\ m$.
   b) A partir de su gráfica encuentre el trabajo neto realizado por esta fuerza sobre la partícula conforme se traslada de $x = 0$ a $x = 3$.
3. Una fuerza $\vec{F} = (4\hat{i} + 3\hat{j})\ N$ actúa sobre un objeto mientras este se mueve en la dirección x desde el origen hasta $x = 5\ m$. Encuentre el trabajo $W = \int \vec{F} d\vec{r}$ invertido por la fuerza sobre el objeto.
4. Una fuerza $\vec{F}(x) = (\alpha\frac{x}{L^2} + \beta\frac{x^2}{L2})\hat{x}\ N$ actúa sobre un objeto mientras este se mueve en la dirección x desde el origen hasta $x_f = 5\ m$. Encuentre el trabajo $W = \int \vec{F} d\vec{r}$ invertido por la fuerza sobre el objeto.
5. Una fuerza $\vec{F}(y) = (\alpha\frac{\ln(x)}{L^2} + \beta\frac{\ln(\sin x^2)}{L2})\hat{y}\ N$ actúa sobre un objeto mientras este se mueve en la dirección x desde el origen hasta $x_f = 5\ m$. Encuentre el trabajo $W = \int \vec{F} d\vec{r}$ invertido por la fuerza sobre el objeto.
6. La fuerza que actúa sobre una partícula varía como se muestra en la figura. Encuentre el trabajo invertido por la fuerza en la partícula conforme se mueve
   a) de $x = 0$ hasta $x = 8\ m.$.
   b) de $x = 8$ hasta $x = 10\ m.$.
   c) de $x = 0$ hasta $x = 10\ m.$.



2. Teorema de Trabajo y Energía cinética

7. Una sola fuerza constante $\vec{F} = (3\hat{\imath} + 5\hat{\jmath})\ N$ actúa sobre una partícula de 4kg.

   a) Calcule el trabajo efectuado por esta fuerza si la partícula se mueve desde el origen hasta un punto cuyo vector de posición es $\vec{r} = (2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath})\ m$. ¿Este resultado depende de la trayectoria? Explicar.

   b) ¿Cuál es la rapidez de la partícula en $\vec{r}$ si su rapidez en el origen es $4\ m/s$

   c) ¿Cuál es el cambio de energía cinética de la partícula?

2.1. Solución

a) El trabajo realizado por la fuerza constante se calcula utilizando el producto escalar:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$
$$W = (3\hat{\imath} + 5\hat{\jmath}) \cdot (2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath})$$
$$W = 6 - 15 = -9J$$

El resultado no depende de la trayectoria puesto que la fuerza F es conservativa. Para demostrar que $\vec{F}$ es conservativa, podemos ver que si realizamos una trayectoria cerrada ($\oint$) sobre un desplazamiento $d\vec{r} = dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}$ tendremos que el trabajo es

$$W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = \oint (F_x dx + F_y dy)$$

Dado que F_x y F_y son constantes, podemos separar la suma de integrales y cada una de ellas será nula por ser integrales cerradas.

$$W = \oint F_x dx + \oint F_y dy = 0$$

Por lo tanto, F es una fuerza conservativa.

b) Considerando el teorema de trabajo - energía cinética, y considerando que $\vec{F}$ es la única fuerza que realiza trabajo sobre el cuerpo, se tiene

$$W_N = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

En este caso, el trabajo neto es $W_N = -9J$, la rapidez inicial de la partícula es $4m/s$, por lo que su rapidez cuando llegue a $\vec{r}$ es

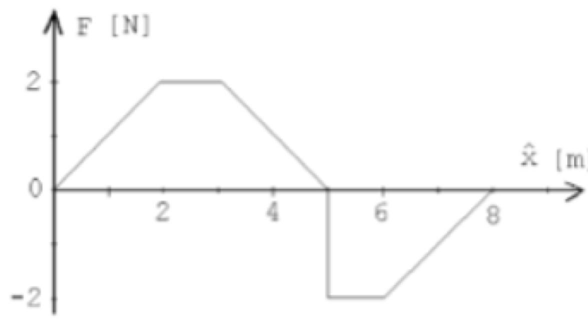
$$\frac{1}{2}mv_f^2 = W_N + \frac{1}{2}mv_i^2$$
$$v_f = \sqrt{\frac{2W_N}{m} + v_i^2} = \sqrt{\frac{2 \cdot (-9)}{4} + 4^2} = 3{,}4\ m/s$$

c) Según el teorema, $W_N = \Delta K$, el cambio en la energía cinética es igual al trabajo neto, es decir, -9 J.

8. Sobre una partícula de masa $m = 0,25\ kg$ que se mueve a lo largo del eje $\vec{x}$, actúa una fuerza $\vec{F} = F(x)\hat{x}$ donde la magnitud $F(x)$ depende de x del modo indicado en la figura.

   a) Determina el trabajo realizado por esta fuerza sobre la partícula si ella se traslada desde $x = 0$ hasta $x = 3\ m$..

   b) Si la partícula en el instante $t = 0$ se encuentra en reposo en $x = 2\ m$ ¿Qué velocidad tendrá al llegar a $x = 6\ m$?



9. Un mueble de 40 kg que se encuentra inicialmente en reposo, se empuja con una fuerza de 130 N, desplazándolo en línea recta una distancia de 5 m a lo largo de un piso horizontal de coeficiente de roce 0.3.

   a) Calcular el trabajo de la fuerza aplicada

   b) Calcular el trabajo del roce

   c) Calcular la variación de energía cinética

   d) La rapidez final del mueble

10. Considere un cuerpo de masa m que entra a una superficie horizontal con roce con una velocidad $\vec{v} = v_0\hat{x}$. El coeficiente de roce cinético con la superficie es μ_k.

   a) Determine el trabajo de la fuerza de roce hasta que se detiene por completo, utilizando el teorema de trabajo - energía cinética.

   b) Determine el trabajo de la fuerza de roce hasta que se detiene por completo, sin utilizar el teorema de trabajo - energía cinética.

3. Energía cinética, potencial y Conservación.

11. Considere un bloque de masa M que incide con velocidad v_0 sobre un resorte y lo comprime. ¿Cuál será la máxima compresión que en algún instante llega a tener el resorte?

12. Un resorte ligero, con constante de resorte k_1, cuelga de un soporte elevado. De su extremo inferior cuelga un segundo resorte ligero, que tiene constante de resorte K_2. Un objeto de masa m cuelga en reposo del extremo inferior del segundo resorte.

    a) Encuentre la distancia de extensión total del par de resortes.

    b) Encuentre la constante de resorte efectiva del par de resortes como sistema. Describa estos resortes como "en serie".

13. Una bola de 0,300 Kg tiene una rapidez de 15,0 m/s.

    a) ¿Cuál es su energía cinética?

    b) ¿Qué pasaría si su rapidez de duplica? ¿Cuál sería su energía cinética?

14. En el cuello de la pantalla de cierto televisor blanco y negro, un cañón de electrones contiene dos placas metálicas cargadas, separadas 2,80 cm. Una fuerza eléctrica acelera cada electrón en el haz desde el reposo hasta 9.60 % de la rapidez de la luz sobre esta distancia.

    a) Determine la energía cinética del electrón mientras deja el cañón de electrones. Los electrones portan esta energía a un material fosforescente en la superficie interior de la pantalla del televisor y lo hacen brillar.

    b) Para un electrón que pasa entre las placas en el cañón de electrones, determine la magnitud de la fuerza eléctrica constante que actúa sobre el electrón, su aceleración y el tiempo de vuelo.

15. Un niño de 400 N está en un columpio unido a cuerdas de 2,00 m de largo. Encuentre la energía potencial gravitacional del sistema niño–Tierra en relación con la posición más baja del niño cuando

    a) las cuerdas están horizontales

    b) las cuerdas forman un ángulo de 30,0° con la vertical

    c) el niño está en el fondo del arco circular.

16. Considere $U = 5$ en $x = 0$ y calcule la energía potencial como función de x, correspondiente a la fuerza $\vec{F} = (8e^{-2x})\hat{x}$. Explique si la fuerza es conservativa o no conservativa y como puede decirlo.

17. La función energía potencial de un sistema se conoce por $U(x) = -x^3 + 2x^2 + 3x$.

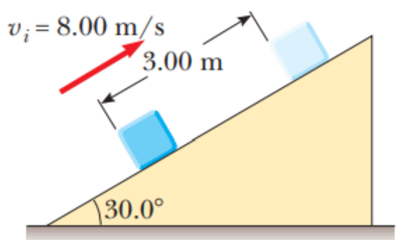
    a) Determine la fuerza F_x como una función de x.

    b) ¿Para qué valores de x la fuerza es igual a cero?

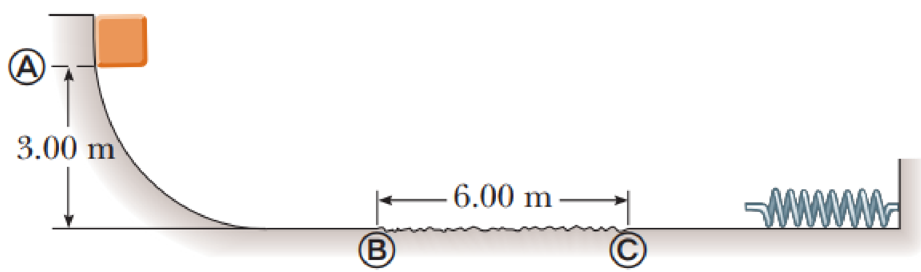
    c) Grafique $U(x)$ y F_x en función de x e indique los puntos de equilibrio estable e inestable.

18. Un bloque de 5,00 kg se pone en movimiento hacia arriba de un plano inclinado con una rapidez inicial de 8,00 m/s (ver figura). El bloque llega al reposo después de viajar 3,00 m a lo largo del plano, que esta inclinado en un ángulo de 30,0° con la horizontal. Para este movimiento, determine

   a) el cambio en la energía cinética del bloque
   b) el cambio en la energía potencial del sistema bloque–Tierra
   c) la fuerza de fricción que se ejerce sobre el bloque (supuesta constante).
   d) ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética?



19. Un bloque de masa 10 kg se libera desde el punto A de la figura. La pista no tiene fricción excepto por la porción entre los puntos B y C que tiene una longitud de 6 m. El bloque viaja por la pista, golpea un resorte con 2550 N/m de constante de fuerza y comprime el resorte 0,3 m desde su posición de equilibrio antes de llegar al reposo momentáneamente. Determine el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie rugosa entre B y C.

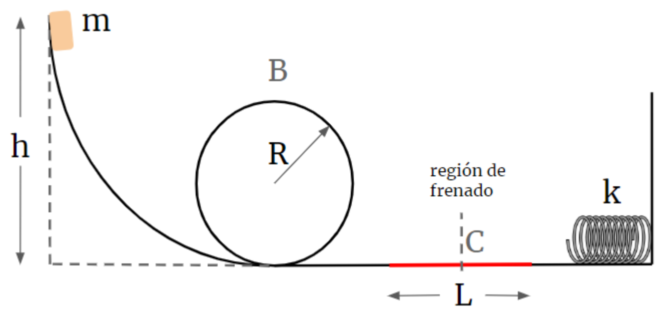


20. Se deja caer sobre un resorte en posición vertical una masa de 0,5 kg desde 1 m de altura. El muelle tiene una longitud inicial de 0,5 m y una constante de 100 N/m. Calcular la longitud h del resorte cuando está comprimido al máximo.

21. Una moneda desliza por una superficie lisa horizontal con velocidad v, cuando de pronto se encuentra con un plano inclinado ascendente con una superficie rugosa, de modo que la moneda sube por el plano y luego se devuelve, retomando la superficie lisa con una velocidad λv. Si la elevación del plano inclinado respecto a la horizontal es θ, calcule el coeficiente de roce cinético entre el plano y la moneda.

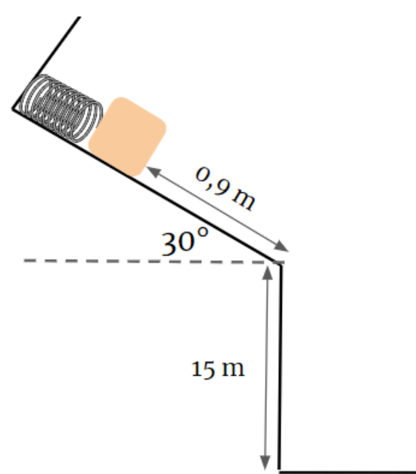
22. En un parque de entretenciones un carro de masa $m = 100\ kg$ se desliza (sin roce) por una rampa desde una altura h, ingresando a un loop de radio $R = 3\ m$. La altura h es la mínima que se requiere para que el carro no se salga de la vía. Emergiendo del loop el carro ingresa a la región de frenado, donde en un trayecto de largo L, el coeficiente de roce cinemático es $\mu_k = 0,2$. Sin embargo, el carro no alcanza a detenerse durante la primera pasada, sino que pasa de largo y después de colisionar con un resorte de constante $k = 500\ N/m$ vuelve a ingresar a la región de frenado quedando en reposo al centro de ella (o sea, en el punto C).

   a) Encuentre la velocidad del carro en el punto B.
   b) Encuentre h.
   c) Encuentre L.
   d) Encuentre la máxima compresión que alcanza a tener el resorte.



23. Desde la ventana de un edificio de 15 m de altura se lanza un objeto de masa $m = 400\ g$ hacia la calle, utilizando el muelle de constante $k = 750\ N/m$, como muestra la figura. El objeto a una distancia inicial de 80 cm se desplaza 10 cm comprimiendo el muelle y luego, se suelta. Calcular:

   a) La velocidad del objeto al final del plano inclinado.
   b) La distancia entre la base del edificio y el lugar de impacto del objeto en el suelo.



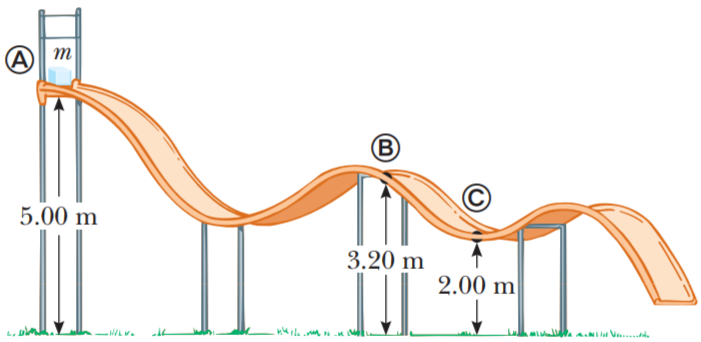
24. Un carrito de masa 100 Kg se libera en el punto A.

a) ¿Cuál es el valor de la energía mecánica, potencial y cinética en A?

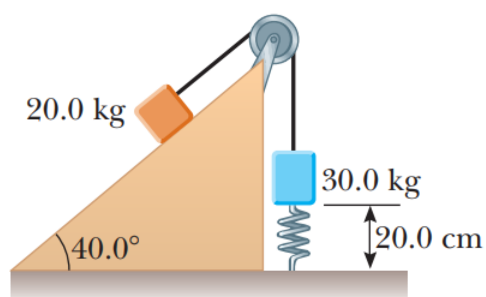
b) ¿Cuál es el valor de la energía potencial y cinética en B?

c) ¿Cuál es el valor de la energía potencial y la velocidad del carrito en el punto C?

d) ¿Se conserva la energía mecánica al principio y final del recorrido? ¿Por qué?



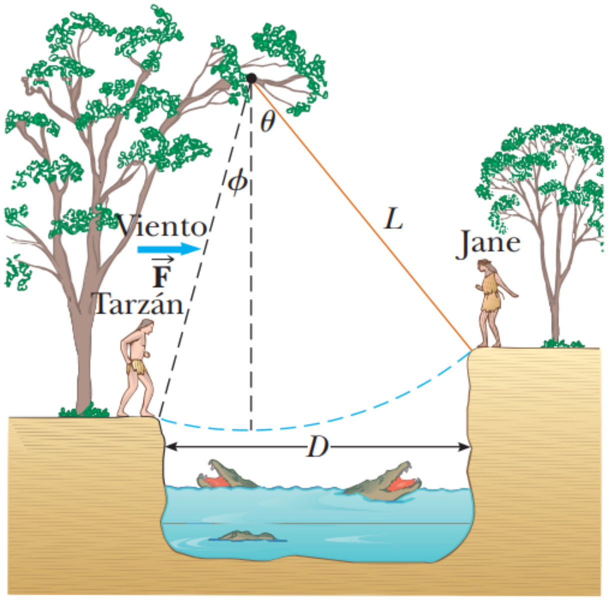
25. Un bloque de 20,0 kg se conecta a un bloque de 30,0 kg mediante una cuerda que pasa sobre una polea ligera sin fricción. El bloque de 30,0 kg se conecta a un resorte que tiene masa despreciable y una constante de fuerza de 250 N/m, como se muestra en la figura. El resorte no está estirado cuando el sistema esta como se muestra en la figura, y el plano inclinado no tiene fricción. El bloque de 20,0 kg se jala 20,0 cm hacia abajo del plano (de modo que el bloque de 30,0 kg esta 40,0 cm sobre el suelo) y se libera desde el reposo. Encuentre la rapidez de cada bloque cuando el bloque de 30,0 kg esta 20,0 cm arriba del suelo (esto es: cuando el resorte no está estirado).



26. Jane, cuya masa es 50,0 kg, necesita columpiarse a través de un río (que tiene una anchura D), lleno de cocodrilos cebados con carne humana, para salvar a Tarzán del peligro. Ella debe columpiarse contra el viento que ejerce fuerza horizontal constante $\vec{F}$, en una liana que tiene longitud L e inicialmente forma un ángulo θ con la vertical. Considere $D = 50{,}0\ m$, $F = 110\ N$, $L = 40{,}0\ m$ y $\theta = 50{,}0°$.

a) ¿Con que rapidez mínima Jane debe comenzar su balanceo para apenas llegar al otro lado?

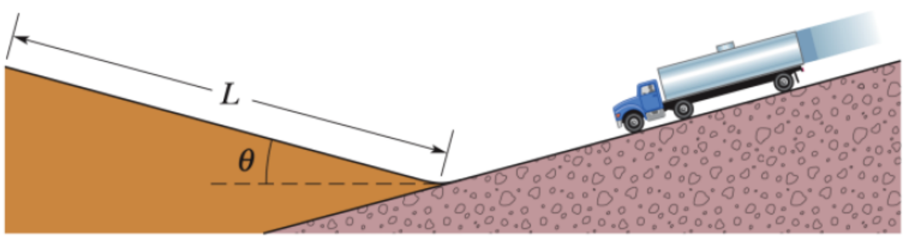
b) Una vez que el rescate esta completo, Tarzán y Jane deben columpiarse de vuelta a través del río. ¿Con que rapidez mínima deben comenzar su balanceo? Suponga que Tarzán tiene una masa de 80,0 kg.



27. Un camión de masa M y sin frenos baja por una pendiente con rapidez v_i justo en el instante en que el conductor dirige al camión hacia una rampa de desaceleración con ángulo θ.

    a) ¿Cuál es la longitud L mínima que debe tener la rampa de desaceleración para lograr detener (momentáneamente) el camión?

    b) Si la masa del camión disminuye, ¿Qué sucede con la longitud mínima?



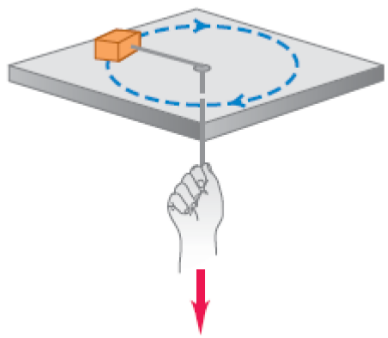
28. Un objeto de masa m está suspendido de una cuerda de longitud L en la parte superior de un soporte que se encuentra en la plataforma de una camioneta, como se muestra en la figura. La camioneta y el objeto al inicio se mueven hacia la derecha con una rapidez constante v_0. La camioneta llega al reposo después de chocar y pegarse a un parachoques, como muestra la figura, y el objeto oscila hasta un ángulo θ. Demuestre que la rapidez inicial es $v_0 = \sqrt{2gL(1 - cos(\theta)}$.

29. Un pequeño bloque de masa m se conecta a un cordón que pasa por un agujero en una superficie horizontal sin fricción. El bloque está girando a una distancia R del agujero con rapidez v_1. Luego, se tira del cordón por abajo, acortando el radio de la trayectoria del bloque a R_2. Ahora la rapidez del bloque es de v_2.

   a) ¿Qué tensión hay en el cordón en la situación original cuando el bloque tiene una rapidez de v_1?

   b) ¿Qué tensión hay en el cordón en la situación final cuando el bloque tiene una rapidez v_2?

   c) ¿Cuánto trabajo efectuó la persona que tiró del cordón?



30. Un péndulo, que consta de una cuerda ligera de longitud L y un esfera pequeña, se balancean en el plano vertical. La cuerda golpea una clavija ubicada a un distancia d bajo el punto de suspensión, como muestra la figura.

   a) Demuestre que, si la esfera se libera desde una altura por abajo de la clavija, regresará a esta altura después de que la cuerda golpee la clavija.

   b) Demuestre que, si el péndulo se libera desde la posición horizontal ($\theta = 90°$) y se balancea en un círculo completo con centro en la clavija, el valor mínimo de d debe ser $3L/5$.