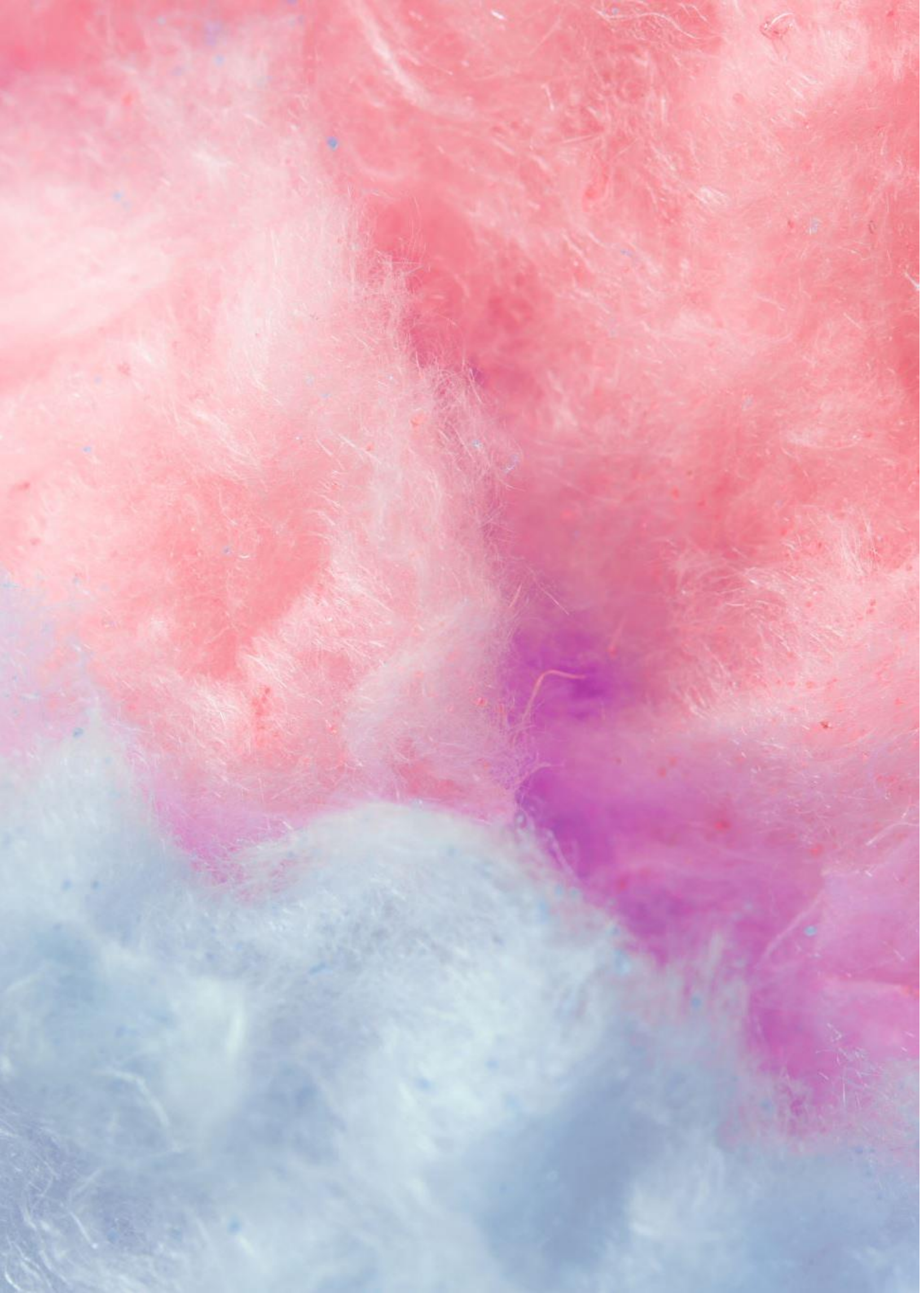


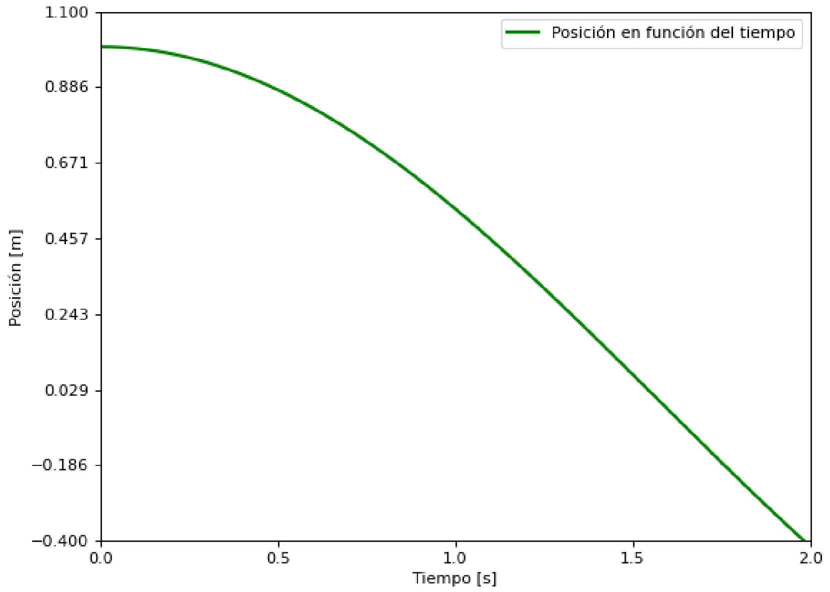
FÍSICA 01

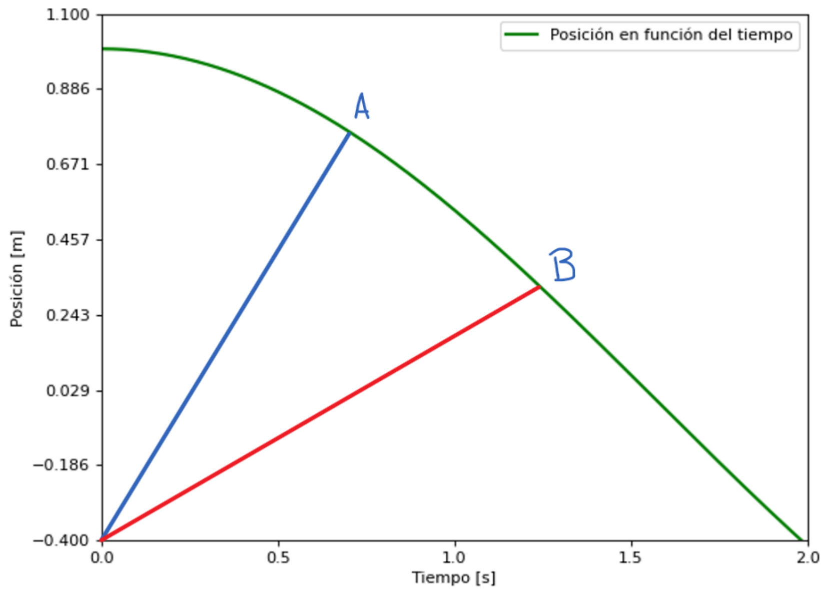
Clase 03 y 04: Movimiento en una dimensión

Profesor: Mirko Mol

VELOCIDAD Y RAPIDEZ INSTANTÁNEA

La velocidad media que hemos calculado. ¿Qué significa?
¿Representa por lo tanto el cambio de posición en cada instante?



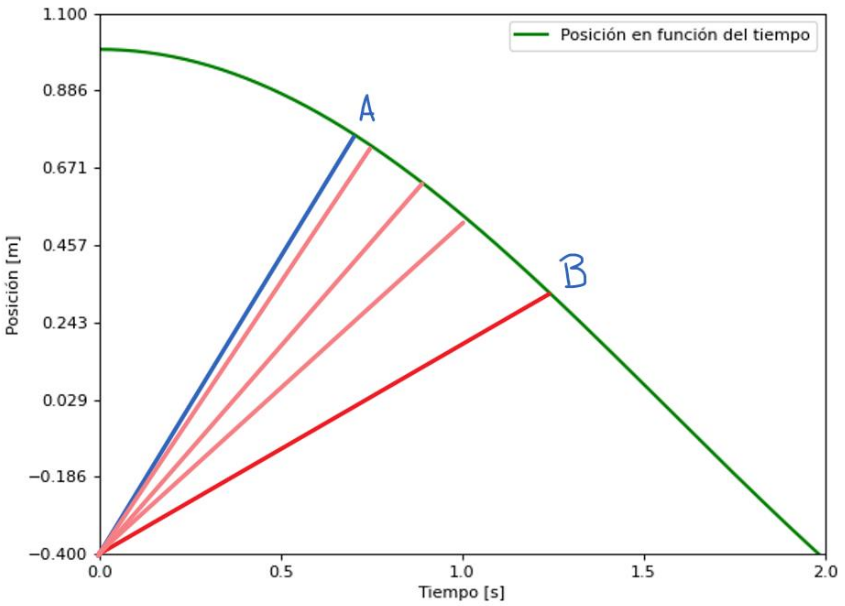


VELOCIDAD Y RAPIDEZ INSTANTÁNEA

La velocidad instantánea es la velocidad que tiene un cuerpo en un determinado instante. Matemáticamente se define como:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

Lo anterior, es equivalente a decir que la **velocidad instantánea** es la **pendiente** entre dos puntos muy próximos de la trayectoria de una partícula.



VELOCIDAD Y RAPIDEZ INSTANTÁNEA

Revisando la ecuación anterior, ¿Le recuerda algo?
Como sabemos, cuando una diferencia tiende a ser ínfima, se trata de una derivada, por lo tanto:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

Pero ¿Qué pasa con la rapidez instantánea?
La rapidez instantánea, la vamos a definir como el **módulo** de la velocidad instantánea en 1D.

VELOCIDAD Y RAPIDEZ INSTANTÁNEA

Problema 10:

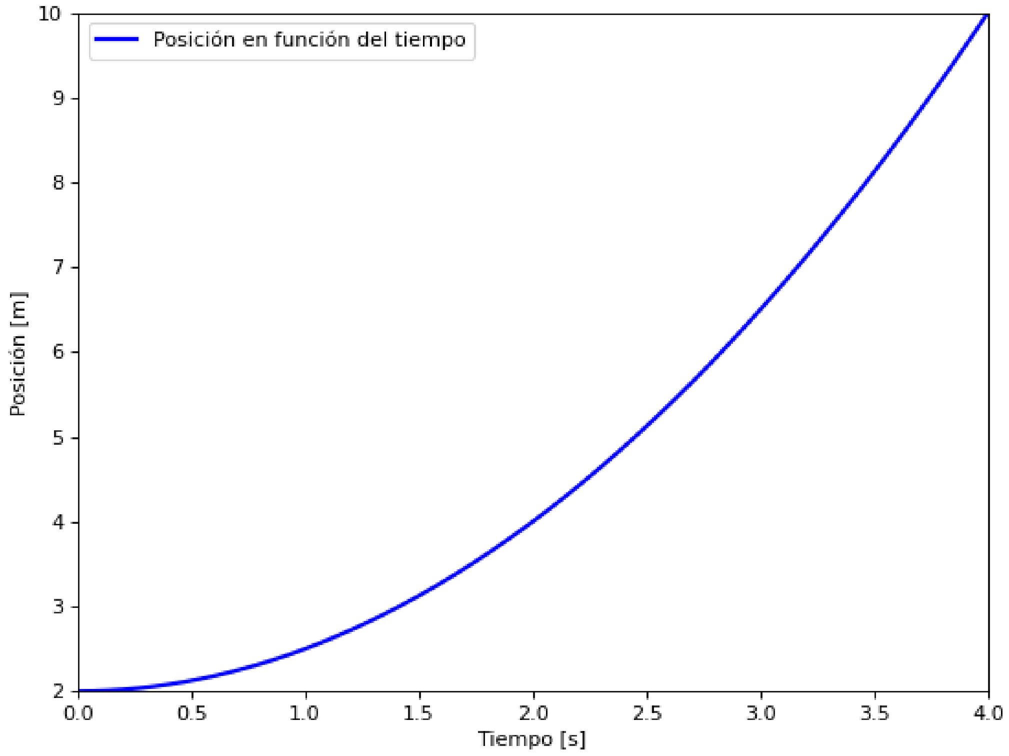
La ecuación de posición en función del tiempo de una partícula es:

$$x(t) = 2 + \frac{at^2}{2}$$

Sabiendo que a es la aceleración y t el tiempo, responda:

I. Grafique la posición en función del tiempo. (utilice $a = 1\left[\frac{m}{s^2}\right]$)

II. Determine la velocidad en función del tiempo de la partícula.



VELOCIDAD Y RAPIDEZ INSTANTÁNEA

Sol.:

Aplicando la definición para calcular la velocidad:

$$v(t) = \frac{d}{dt}\left(2 + \frac{at^2}{2}\right)$$

$$v(t) = at$$

¿Es dimensionalmente correcta esta ecuación?

- Entendamos un poco lo que acabamos de calcular.

  Consideremos $a = 1\left[\frac{m}{s^2}\right]$, y calculemos la velocidad para $t = 1[s]$:

$$v(t = 1) = 1\left[\frac{m}{s}\right]$$

VELOCIDAD Y RAPIDEZ INSTANTÁNEA

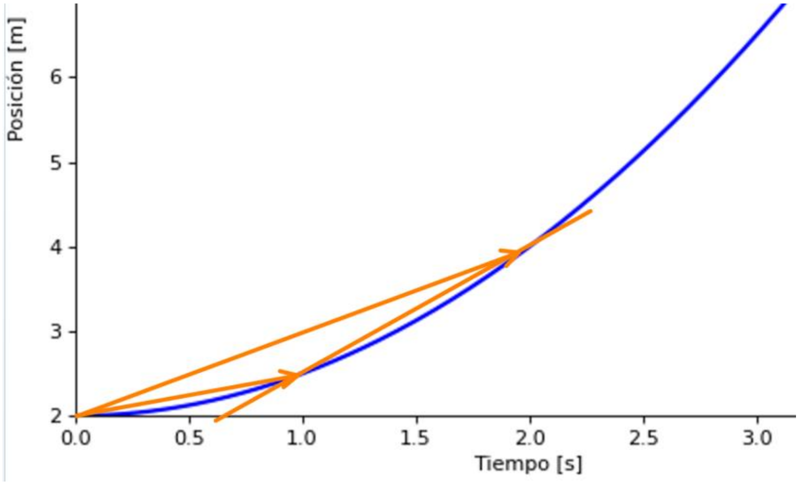
Sol.:

Calculemos la velocidad $t = 1[s]$, pero utilizando la velocidad promedio, tomando distintos intervalos.

Para los tiempos $t_f = 2[s]$ y $t_i = 1[s]$, la velocidad promedio va a ser:

$$v_{x_p} = \frac{\left(2+\frac{2^2}{2} - 2 + \frac{1^2}{2}\right)}{2-1}$$

$$= 1,5 \left[\frac{m}{s}\right]$$



Caso $\Delta t = 2,0 - 1,0$

VELOCIDAD Y RAPIDEZ INSTANTÁNEA

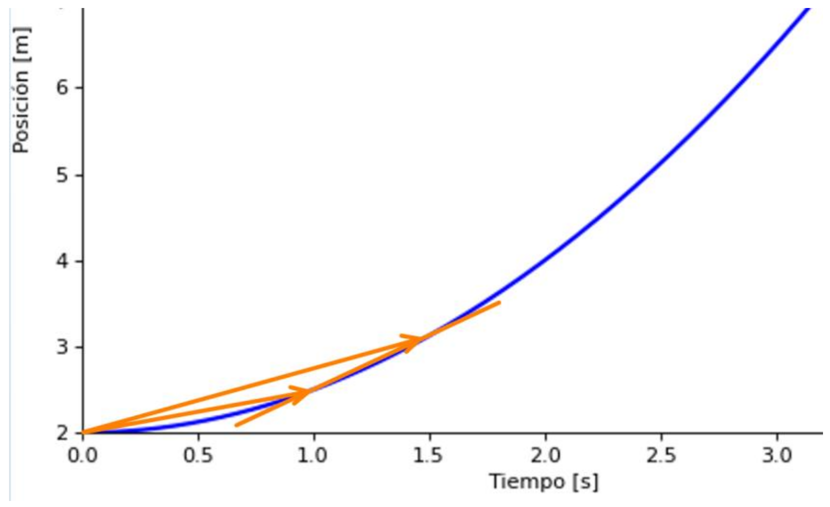
Sol.:

Calculemos la velocidad $t = 1[s]$, pero utilizando la velocidad promedio, tomando distintos intervalos.

Ahora, tomando un intervalo más pequeño los tiempos $t_f = 1{,}5[s]$ y $t_i = 1[s]$, la velocidad promedio va a ser:

$$v_{x_p} = \frac{\left(2+\frac{1{,}5^2}{2} - 2 + \frac{1^2}{2}\right)}{1{,}5-1}$$

$$= 1{,}25 \left[\frac{m}{s}\right]$$



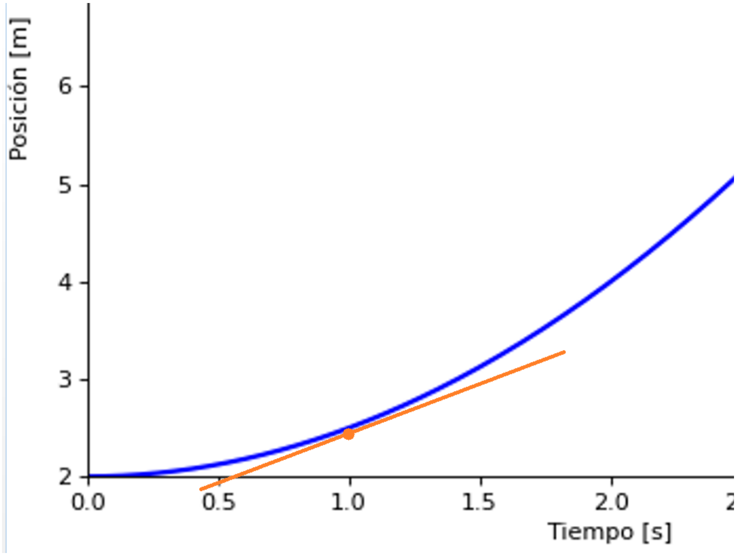
Caso $\Delta t = 1{,}5 - 1{,}0$

VELOCIDAD Y RAPIDEZ INSTANTÁNEA

Sol.:

Ahora, tomando un intervalo más pequeño los tiempos $t_f = 1{,}1[s]$ y $t_i = 1[s]$, la velocidad promedio va a ser:

$$v_{x_p} = \frac{\left(2+\frac{1{,}1^2}{2} - 2 + \frac{1^2}{2}\right)}{1{,}1-1}$$
$$= 1{,}05 \left[\frac{m}{s}\right]$$



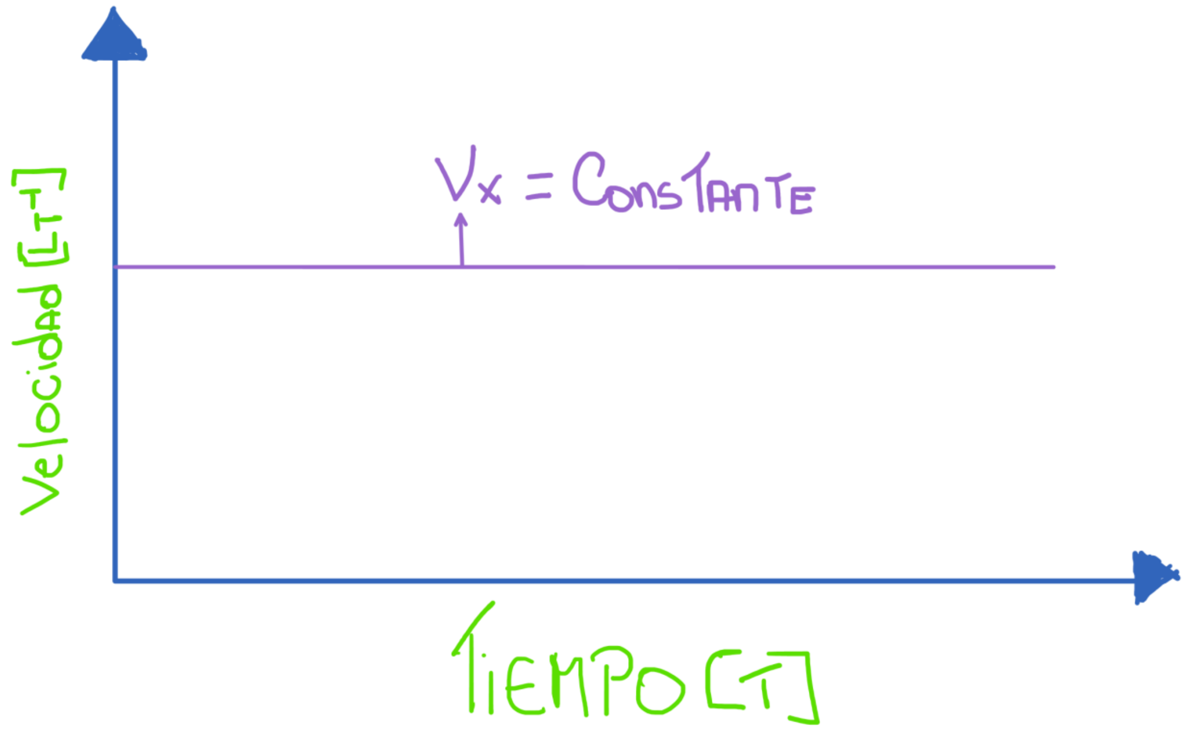
Caso $\Delta t \approx 0$

OBJETIVOS DE LA CLASE

I. Comprender el modelo de partícula bajo velocidad constante.
II. Relacionar el lenguaje matemático con lo observado en la naturaleza.
III. Crear gráficos relacionados con el movimiento en 1D.
IV. Comprender el concepto de aceleración instantánea.
V. Comprender el modelo de partícula bajo aceleración constante.
VI. Análisis de la caída libre de los cuerpos.

PARTÍCULA BAJO VELOCIDAD CONSTANTE

El modelo de la partícula bajo velocidad constante se aplica a cualquier situación en la que un cuerpo que se representa como partícula, se mueva con velocidad constante.



PARTÍCULA BAJO VELOCIDAD CONSTANTE

Debido a que la velocidad es constante para cualquier tiempo, la velocidad instantánea y promedio son iguales, por otra parte:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta \mathrm{t}}$$

$$v_x\, \Delta t = \Delta \mathrm{x}$$

Como $\Delta x = x_f - x_i$, tenemos que:

$$x_f - x_i = v_x \Delta \mathrm{t}$$

$$x_f = x_i + v_x \Delta \mathrm{t}$$

Por lo general se elige el tiempo $t_i = 0$, por lo que la ecuación anterior nos queda de la siguiente forma:

$$x_f = x_i + v_x t$$

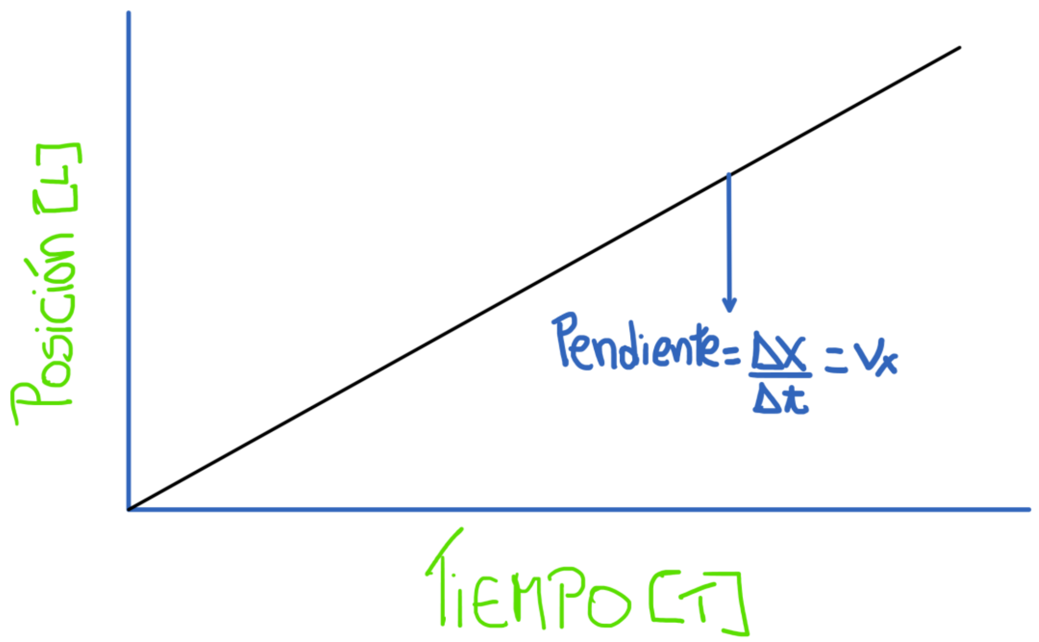
PARTÍCULA BAJO VELOCIDAD CONSTANTE

La ecuación anterior, también es conocida como la ecuación de la posición en función del tiempo cuando la velocidad se mantiene constante. Por lo tanto, se puede escribir como:

$$x(t) = x_0 + v_x t$$

¿A qué ecuación le es familiar?

Un gráfico que se ve como el de la figura, siempre va a corresponder a uno donde la partícula se mueve a velocidad constante.
Por lo tanto, la ecuación que modela esa situación es la presentada arriba.



PARTÍCULA BAJO VELOCIDAD CONSTANTE

Problema 11:

Desde que lo ve pasar por su lado, un ciclista se mantiene viajando en línea recta a una velocidad constante de 5 $\left[\frac{km}{hrs}\right]$. ¿Cuánto tiempo se demora en recorrer $3[km]$?

Sol:

La ciclista demora 36[min].

Problema 12:

Dos amigos, que viven en la misma cuadra, separados por 700[m] para ser exactos, se van a reunir a estudiar física.
Si ambos deciden caminar hasta que se encuentren, y se mueven a velocidad constante de 0,7 [m/s] y 0,9 [m/s], respectivamente.

- ¿En que tiempo se van a encontrar?
- ¿ A qué distancia de la casa de alguno?

CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO

¿Qué pasaría si ahora lo que varía es la velocidad?

Aceleración: el cambio de velocidad de un cuerpo en un determinado intervalo de tiempo es debido a que se encuentra bajo el efecto de una aceleración.

Matemáticamente la aceleración se define como:

$$\vec{a}_{x,p} = \frac{\Delta \overrightarrow{v_x}}{\Delta t}$$

Por lo tanto, las unidades de la aceleración son $[LT^{-2}]$.

Pero, ¿qué significa que un cuerpo esté acelerando?

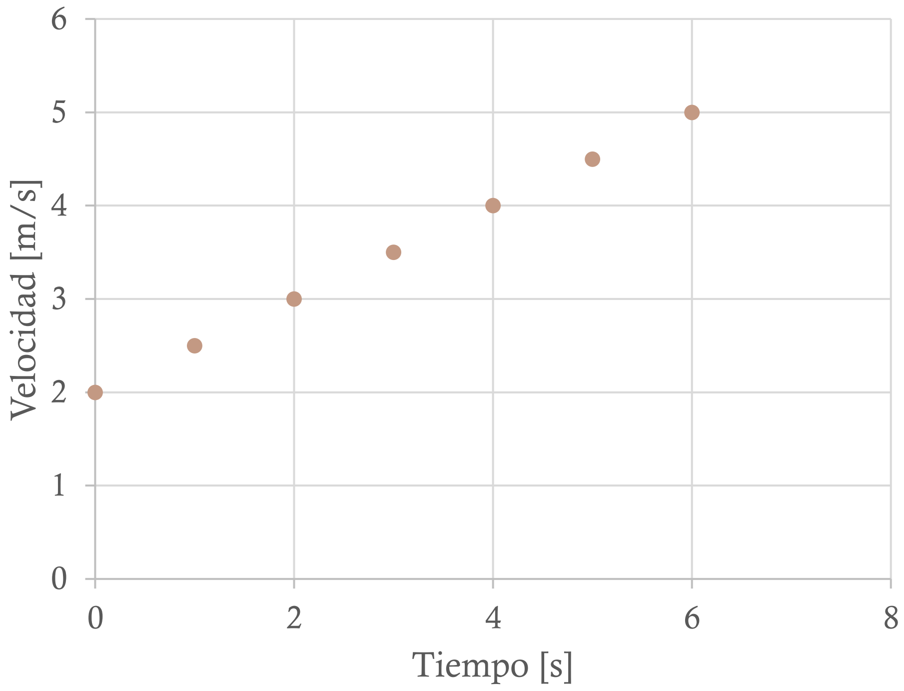
CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO

Que un cuerpo esté acelerando, significa que su velocidad está cambiando (aumentando o disminuyendo).
Por ejemplo, imagine un ciclista que va a una velocidad de 2,0 [m/s] y, que en un momento determinado, empieza a acelerar a 0,5 [m/s^2].

1. Que tenga una aceleración de 0,5 [m/s^2], indica que en el primer segundo después de acelerar va a aumentar su velocidad en 0,5 [m/s].

2. Por lo tanto, después de un segundo, tendrá una velocidad de 2,5 [m/s].

3. En el siguiente segundo vuelve a aumentar en 0,5 [m/s] , por lo que su velocidad ahora es de 3,0 [m/s].

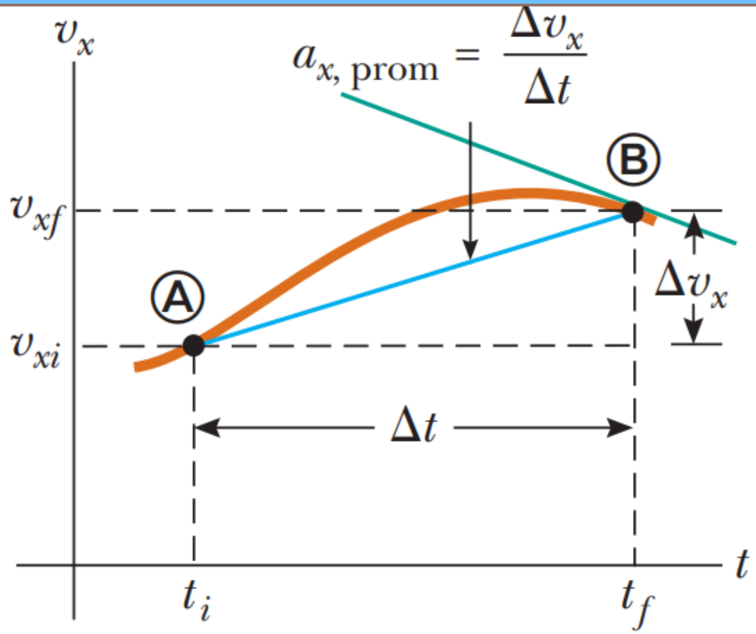


CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO

Aceleración instantánea: es la aceleración que tiene un cuerpo en un determinado instante. Matemáticamente se define como:

$$\vec{a}_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{v_x}}{\Delta t}$$

- Al igual que para la velocidad, la aceleración instantánea es la tangente al punto en el gráfico de velocidad en función del tiempo.



PARTÍCULA BAJO ACELERACIÓN CONSTANTE

Consideremos el caso de una partícula que se mueve bajo **aceleración constante**, esto significa que para cualquier tiempo la aceleración tiene el mismo valor. Por lo que, **la aceleración promedio e instantánea poseen el mismo valor**.

Como ya lo hicimos para la velocidad, tenemos que la aceleración:

$$a_x = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

$$v_f = v_i + a_x t$$

Esta ecuación nos permite saber la velocidad de un cuerpo para cualquier tiempo.
Escribiendo la ecuación anterior en forma de función:

$$v(t) = v_i + at$$

Problema 13:

Un automóvil viaja en línea recta a una velocidad de 80[km/hrs].

Sí se aplica una aceleración constante en sentido contrario al movimiento del automóvil de 3 [m/s^2]¿Cuánto demora en detenerse?

Sol:

Se demora en detenerse $\sim$ 8 [s]

CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO

Consideremos que la aceleración es constante en el tiempo, podemos obtener la velocidad promedio de la siguiente forma:

$$v_x = \frac{v_i + v_f}{2} \qquad (1)$$

Por otra parte, también sabemos:

$$v_x = \frac{x_f - x_i}{t - 0} \qquad (2)$$

Reemplazando (1) en (2), obtenemos :

$$\frac{v_i + v_f}{2} = \frac{x_f - x_i}{t - 0}$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}\left(v_i + v_f\right)t \qquad (3)$$

Si utilizamos la expresión que encontramos para la velocidad final con la ecuación anterior:

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}\left(v_i + (v_i + a_x t)\right)t$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(2v_i + a_x t)t$$

CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO

Finalmente:

$$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2} a_x t^2 \qquad (4)$$

Esta ecuación es conocida como la **ecuación itinerario.**
La cual la podemos escribir como una función de la siguiente forma:

$$x(t) = x_i + v_i t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad (5)$$

Por otra parte, de la ecuación que relaciona la velocidad y la aceleración podemos decir que:

$$t = \frac{v_f - v_i}{a_x}$$

Reemplazando en (3) la expresión que acabamos de obtener:

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}\left(v_{xi} + v_{xf}\right)\left(\frac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x}\right)$$

$$2a_x(x_f - x_i) = \left(v_{xf}^2 - v_{xi}^2\right) \qquad (6)$$

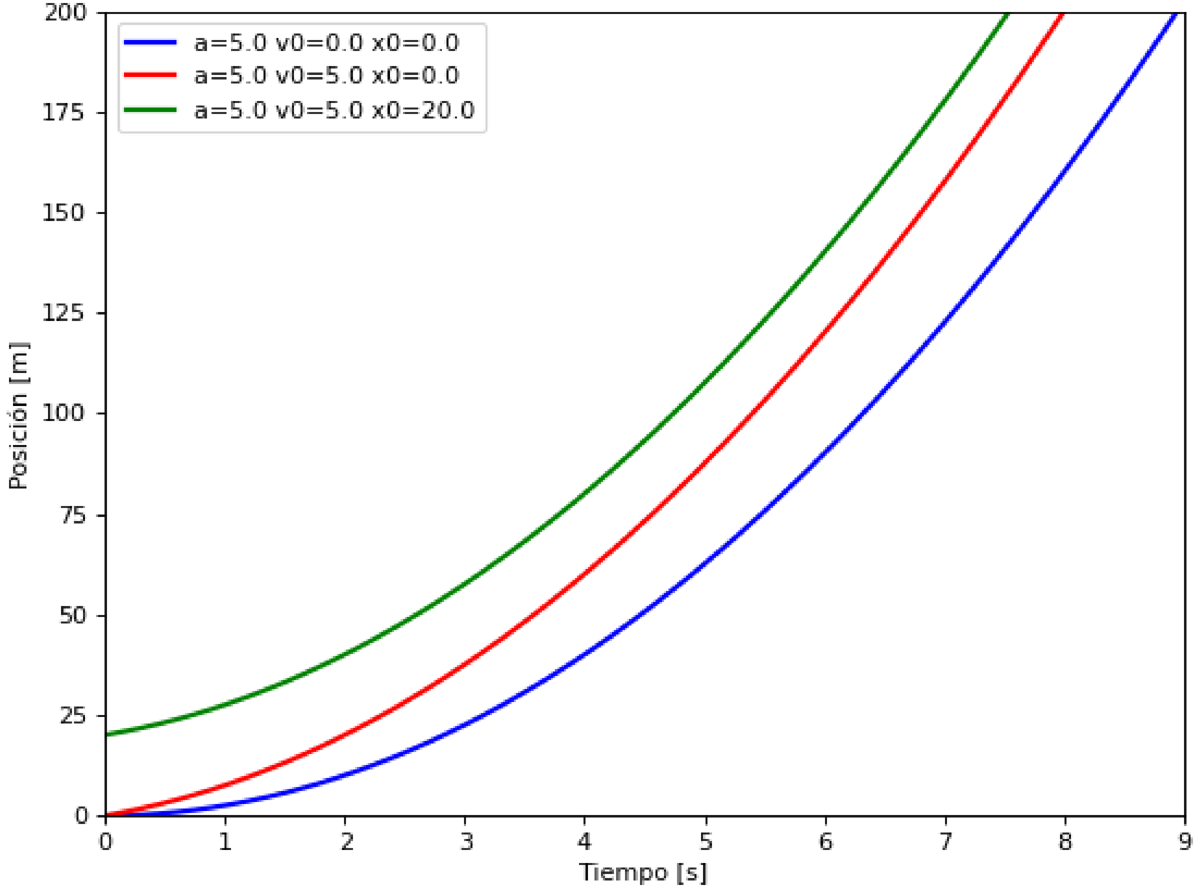
CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO

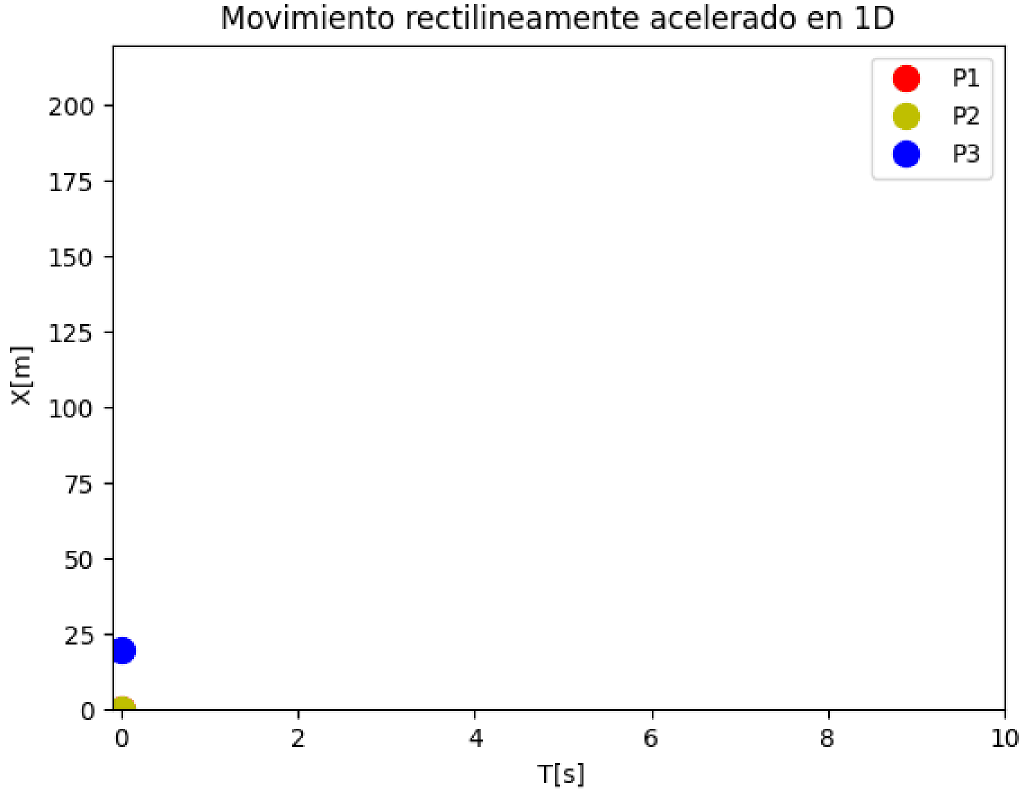
Problema 14:

Supongamos que un automóvil acelera a $5[\mathrm{m}/s^2]$ mientras viaja en línea recta.

- Calcule cuánto se demora en avanzar 200 metros.
- Si ahora, comienza con una velocidad inicial de 5 [m/s], calcule cuánto demora en avanzar 200 metros.
- Si ahora, comienza 20 metros adelante desde donde observó los casos anteriores. Calcule cuánto demora en avanzar 200 metros.
- Finalmente, realice un gráfico de estas 3 situaciones.

CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO





ALCANCE HORIZONTAL

Problema 15:

Dos cañones del mismo modelo se encuentran en el suelo, apuntándose mutuamente, se encuentran separados por una distancia d. Sí ambos disparan una bala al mismo instante con una aceleración a_x:

I. Calcule en qué punto chocan las balas.

II. Sí el cañón de la izquierda fue disparado 4 [s] antes que el cañón de la derecha, grafique la posición de las balas en función del tiempo.

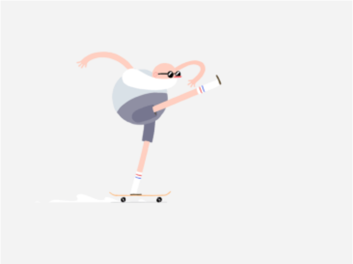
III. Explique mediante ecuaciones cómo representaría la situación anterior, encuentre el tiempo y la posición donde se encontrarían ambas balas.

DIAGRAMAS DE MOVIMIENTO

- Un diagrama de movimiento representa cómo cambia la posición, velocidad o aceleración de una partícula en función del tiempo.

- Al obtener la función posición, podemos obtener la velocidad en función del tiempo y la aceleración de la partícula.

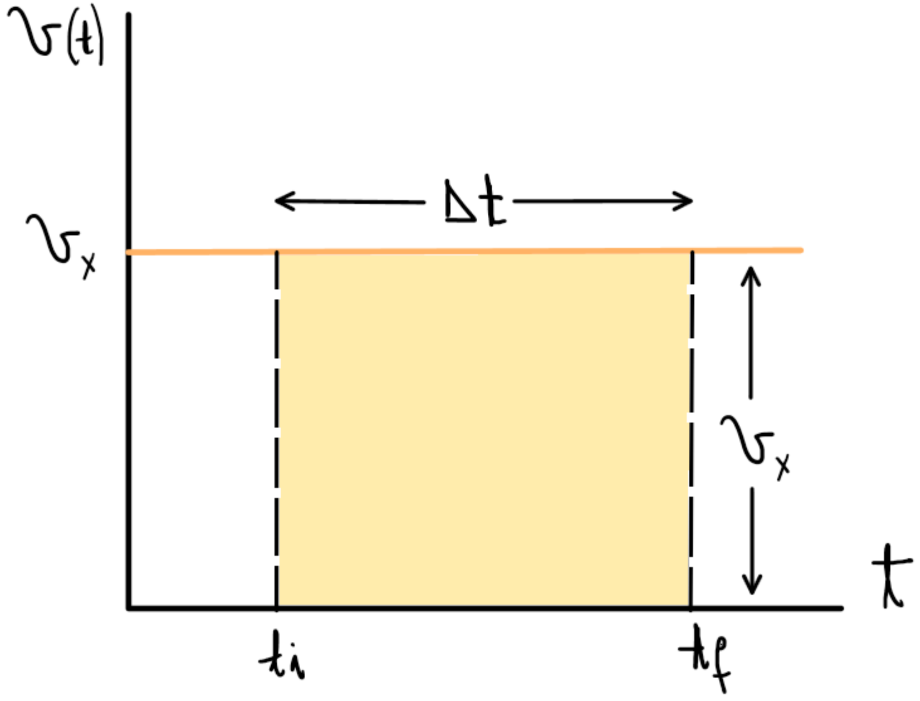
- Pero, ¿qué otra información podemos obtener de estos diagramas?



VELOCIDAD CONSTANTE

Sí la partícula se mueve a velocidad constante, la posición que tenga el cuerpo va a variar linealmente, por lo que se cumple que:

$$\Delta x = v_x \Delta t$$



Del gráfico, si queremos obtener el desplazamiento total que tuvo una partícula entre los tiempos t_f y t_i, se obtiene lo siguiente:

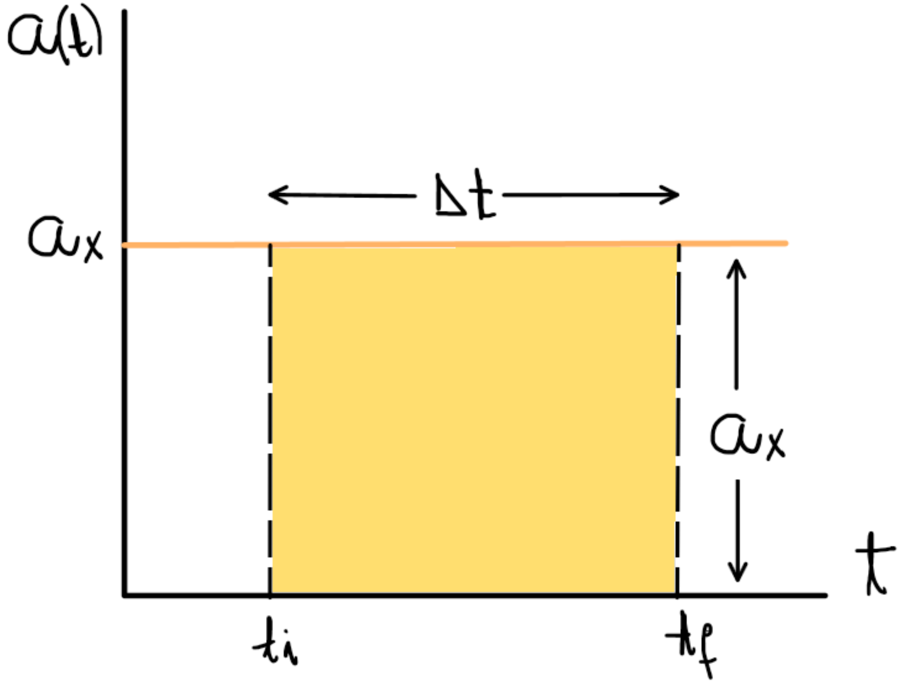
$$\Delta x = v_x(t_f - t_i)$$

¿Qué sucedería si la velocidad fuese negativa?

ACELERACIÓN CONSTANTE

Sí la partícula se mueve con aceleración constante, la velocidad que tenga el cuerpo va a variar linealmente, por lo que se cumple que:

$$\Delta v = a_x \Delta t$$



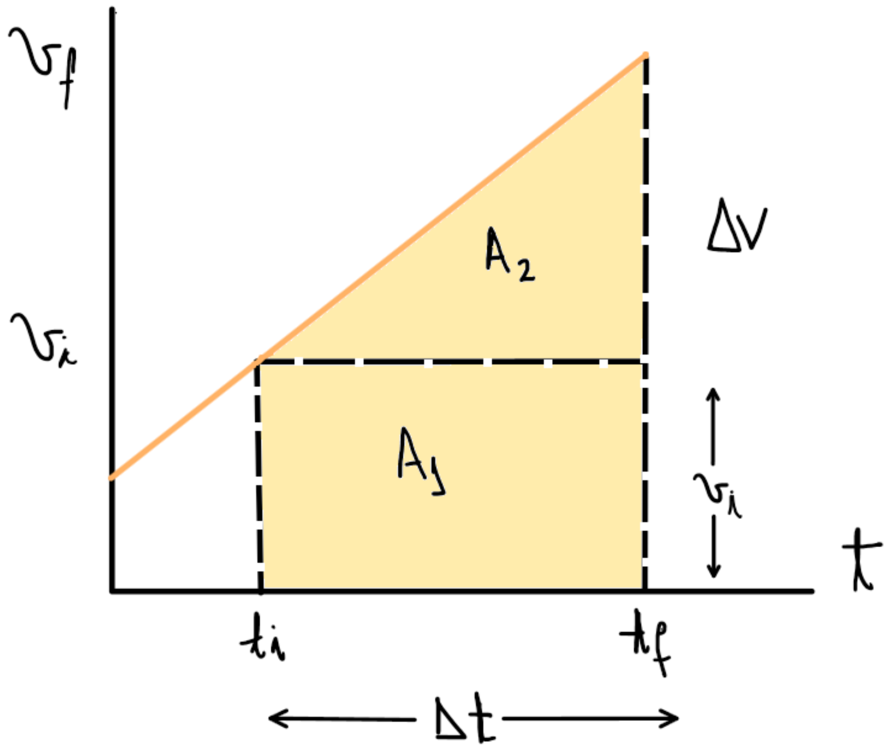
Del gráfico, si queremos obtener la variación de la velocidad que tuvo una partícula entre los tiempos t_f y t_i, se obtiene lo siguiente:

$$\Delta v = a_x(t_f - t_i)$$

¿Qué sucedería si la aceleración fuese negativa?

ACELERACIÓN CONSTANTE, VELOCIDAD VARIABLE

Sí la aceleración es constante, la velocidad en función del tiempo va a ir variando como en la figura:



Para calcular el área bajo la curva de velocidad comprendida entre t_f y t_i, se divide en dos, por lo tanto, el desplazamiento total de la partícula corresponde a:

$$\Delta x = A_1 + A_2$$

ACELERACIÓN CONSTANTE, VELOCIDAD VARIABLE

Problema 16:

Si tenemos una partícula que se mueve horizontalmente como $x(t) = -0{,}4t^2 + 4t$, con $x(t)$ en metros y t en segundos.

- Grafique la posición entre los intervalos donde es 0.

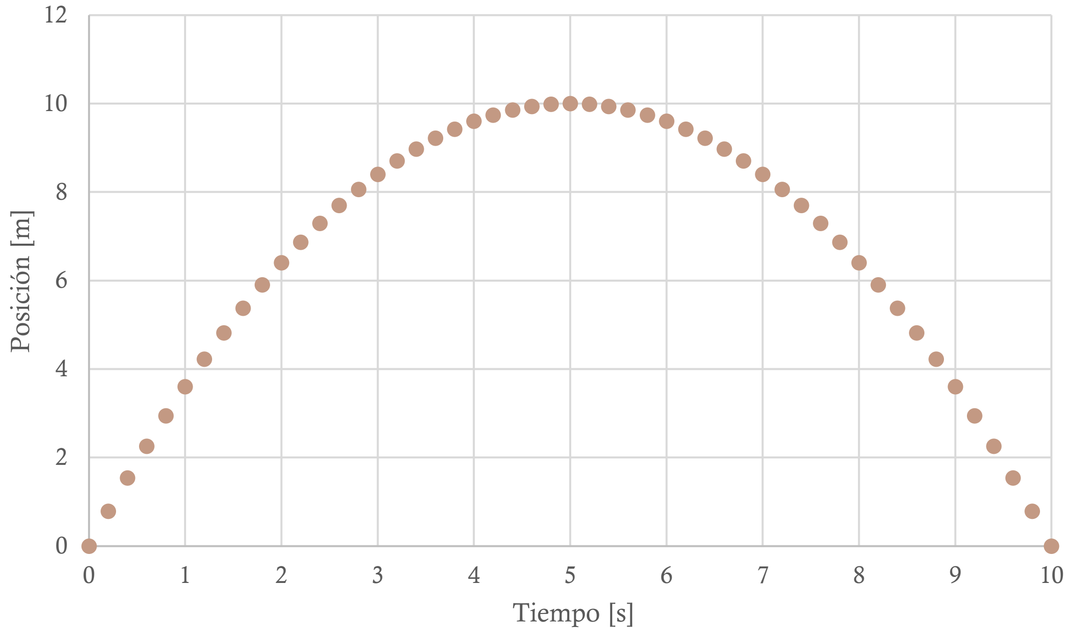
- Identifique el lugar donde la velocidad es nula.

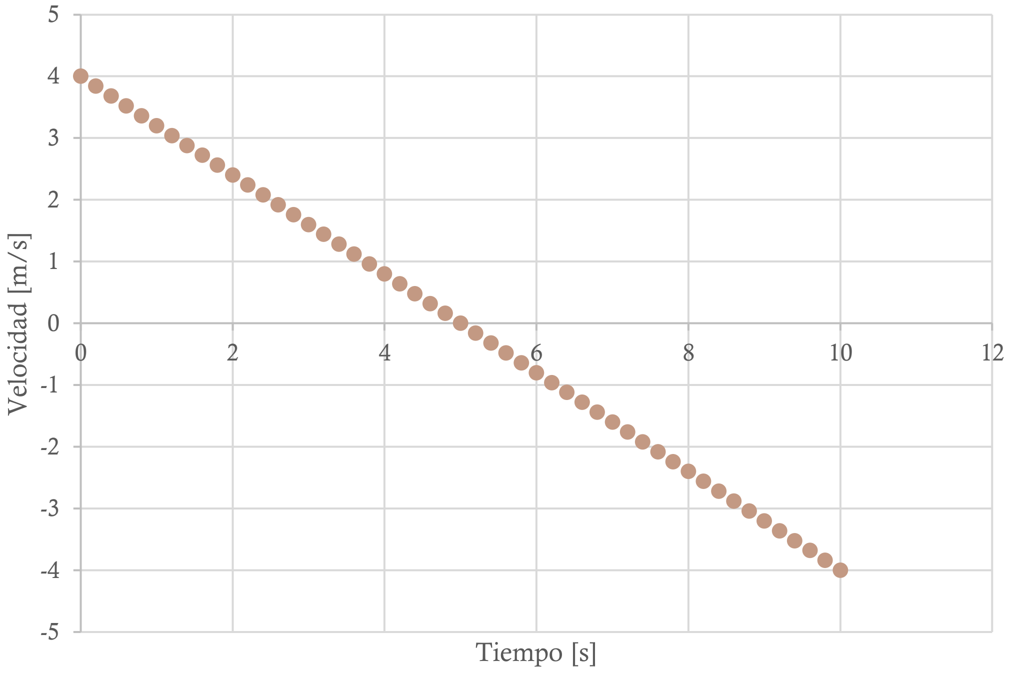
- Para confirmar, grafique la velocidad en función del tiempo.

- Grafique la aceleración en función del tiempo e interprete el área bajo la curva.

- Calcule el desplazamiento total de la partícula hasta t=10[s] utilizando el gráfico de velocidad.

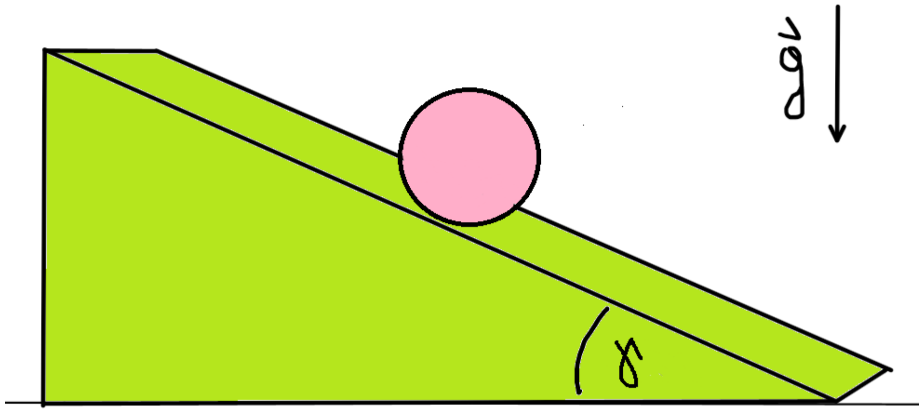
ACELERACIÓN CONSTANTE, VELOCIDAD VARIABLE

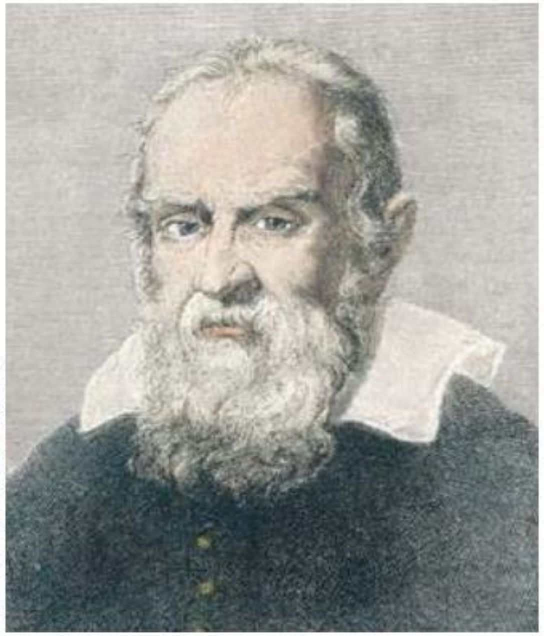




CAÍDA LIBRE

No fue hasta una fecha cercana al 1600 que un físico italiano propuso luego de una serie de observaciones realizadas que todos los objetos, sin importar su masa, caen hacia la tierra, con la misma aceleración constante.





GALILEO GALILEI
Físico y astrónomo italiano
(1564-1642)

CAÍDA LIBRE

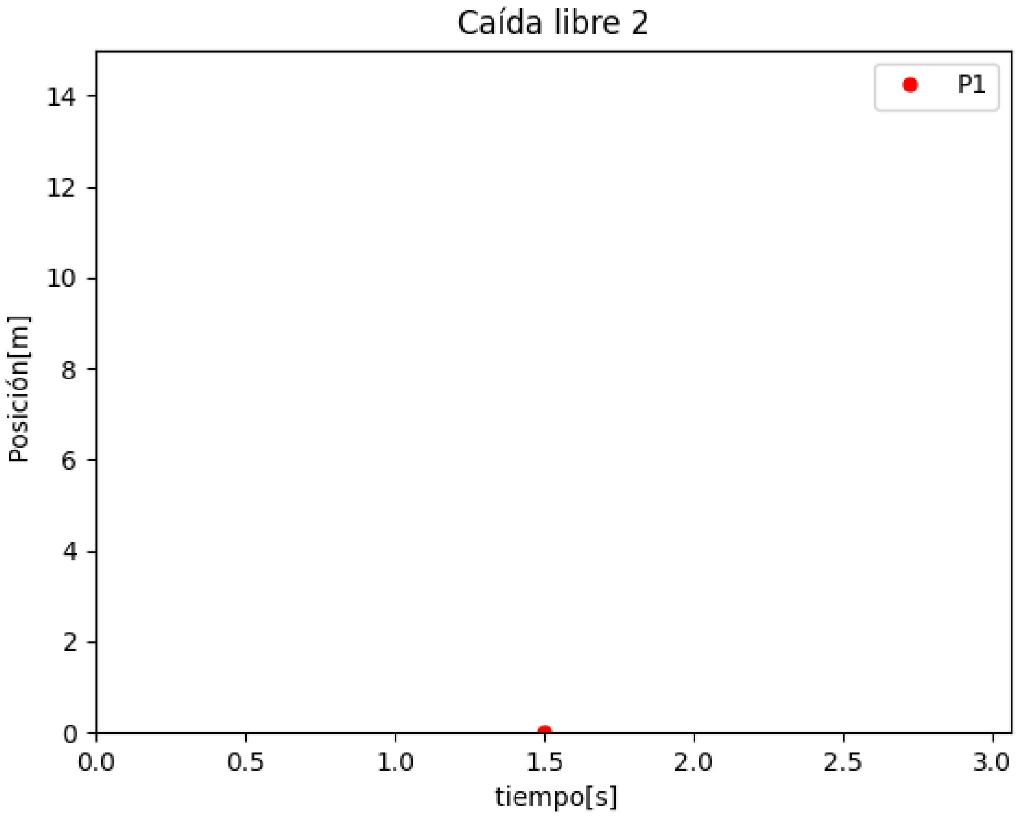
- Un objeto en caída libre es cualquier objeto que se mueve libremente sólo bajo la influencia de la gravedad, sin importar su movimiento inicial.

- Los objetos que se lanzan hacia arriba o abajo y los que se liberan desde el reposo, están todos en caída libre una vez que se liberan.

- Cualquier objeto en caída libre experimenta una aceleración dirigida hacia abajo, sin importar su movimiento inicial.

- La magnitud de la aceleración de gravedad g en la superficie de la tierra tiene un valor de 9,8 $[\mathrm{m}/s^2]$

TIEMPO DE CAÍDA Y TIEMPO DE SUBIDA.

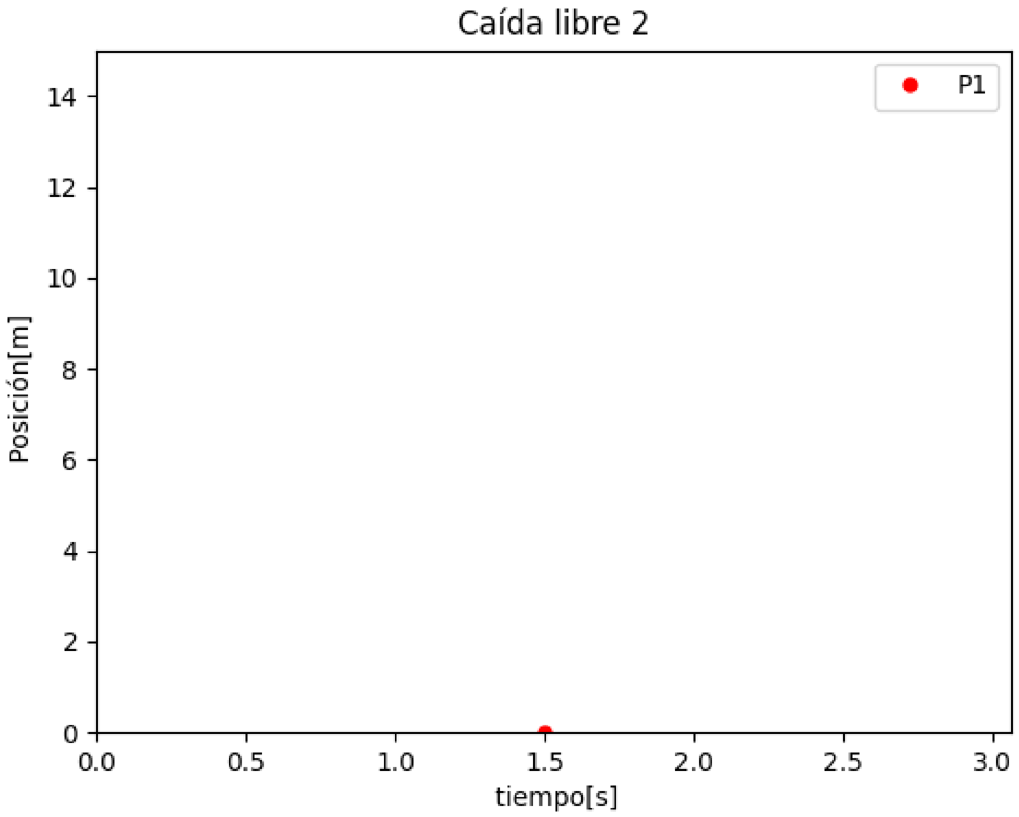


Si la partícula sale disparada hacía arriba desde el suelo con una velocidad v_0, el tiempo t_s que se demore en llegar al punto más alto, **va a ser el mismo** tiempo de caída t_c, que se demore en llegar, desde el punto más alto hasta el suelo.

Además, va a llegar con una rapidez de v_0 al suelo.

Problema 17:

Analicemos el caso de una partícula que es lanzada verticalmente desde el suelo con una velocidad $v_0 = 15[\text{m/s}]$, calculemos a partir de v_0 y g los términos: t_s , t_c y altura máxima.



TIEMPO DE CAÍDA Y TIEMPO DE SUBIDA.

Problema 18:

Desde lo alto de un edificio de altura 60 [m] usted lanza hacia arriba una pelota con una velocidad de 15,0 [m/s].
Calcule el tiempo que se demora en llegar al punto más alto y el tiempo en que toca el suelo.

TIEMPO DE CAÍDA Y TIEMPO DE SUBIDA.

Problema 18:

Desde lo alto de un edificio de altura 60 [m] usted lanza hacia arriba una pelota con una velocidad de 15,0 [m/s].
Calcule el tiempo que se demora en llegar al punto más alto y el tiempo en que toca el suelo.

TIEMPO DE CAÍDA Y TIEMPO DE SUBIDA.

Problema 19:

Desde lo alto de un edificio de altura 60 [m] usted deja caer una pelota. Pero, desde abajo, uno de sus compañeros lanza hacia arriba la misma pelota.

I. Si queremos que ambas pelotas, se encuentren en la mitad del edificio. ¿Qué velocidad debe tener la pelota lanzada por su compañero?

II. Suponga ahora que no sabemos la altura del edificio, por lo que la llamaremos h. Encuentre que velocidad debe tener la pelota lanzada por su compañero para que en encuentren en la mitad.

Problema 20:

Un objeto en caída libre requiere 1,5[s] para recorrer los últimos 30,0[m] antes de golpear el suelo. ¿Desde qué altura sobre el suelo cayó?