Guía 02 Física 1
Programa de Bachillerato

Equipo docente de Física

12 de septiembre de 2023

Considere los siguientes ejercicios como un complemento de lo realizado en clases y ayudantía. Para una mayor gama de ejercicios, se recomienda revisar los ejercicios que se encuentran en el capítulos 3 y 4 del libro Física para ciencias e ingeniería de Serway.

1. Vectores

1. Un vector tiene por origen respecto de cierto sistema de referencia el punto $O(-1,2,0)$ y de extremo $P(3,-1,2)$. Calcular: a) Componentes del vector OP. b) Un vector unitario en la dirección de él pero de sentido contrario.

1.1. Solución

Para obtener las componentes del vector tenemos que restar las componentes del extremo con las del origen de dicho vector, lo que nos resulta en que el vector $\vec{OP} = (4,-3,2)$. Ahora, calculemos el vector unitario, primero calculamos el modulo del vector:

$$\begin{aligned} |\vec{OP}| &= \sqrt{4^2 + (-3)^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{28} \end{aligned} \tag{1}$$

Por lo tanto el vector unitario $\hat{OP}$ va a ser:

$$\hat{OP} = \frac{1}{\sqrt{28}}(4,-3,2) \tag{2}$$

Como tiene que tener distinto sentido, solo debemos ponderar el vector por -1, resultando en :

$$-\hat{OP} = \frac{1}{\sqrt{28}}(-4,3,-2) \tag{3}$$

2. Si el módulo de un vector es 60 y forma un ángulo de 30° con la dirección positiva del eje X. Determine sus componentes cartesianas.
Rpta: A_X=52 y A_y=30

3. Dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ forman un ángulo de 110° entre ellos. Sea $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$. Si el ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{C}$ es de 40° y $\left|\vec{A}\right|$=20 entonces determine $\left|\vec{C}\right|$ y $\left|\vec{B}\right|$.
Rpta: $\left|\vec{B}\right|$=13.7 y $\left|\vec{C}\right| = 20$.

4. Considere dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ que forman un ángulo recto entre ellos. Además, $\left|\vec{A}\right| = 3$ y $\left|\vec{B}\right| = 4$. Si $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$, Calcule $\left|\vec{C}\right|$ y el ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$
   Rpta: $\left|\vec{C}\right| = 20$.

5. Considere dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ tal que $\left|\vec{A}\right| = 10$ y $\left|\vec{B}\right| = 8$. Sea $\vec{C}$=$\vec{A}$+$\vec{B}$. Si el ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{C}$ es 50°, entonces calcule $\left|\vec{C}\right|$ y el ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$.
   Rpta: $\left|\vec{C}\right|$=8.67 y 123,5°.

6. Considere dos vectores arbitrarios $\vec{A}$ y $\vec{B}$. Sea $\vec{C}$=$\vec{A}$+$\vec{B}$ y $\vec{D}$=$\vec{A}$-$\vec{B}$. Demuestre que $\left|\vec{C}\right|$=$\left|\vec{D}\right|$, entonces $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares.

7. Considere dos vectores arbitrarios $\vec{A}$ y $\vec{B}$. Sea $\vec{C}$=$\vec{A}$+$\vec{B}$ y $\vec{D}$=$\vec{A}$-$\vec{B}$.
   Demuestre que si $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares, entonces $\left|\vec{C}\right|$=$\left|\vec{D}\right|$.

8. Dados los vectores $\vec{A} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} - 5\hat{k}$ y $\vec{B} = -\hat{\imath} + \hat{\jmath} - 2\hat{k}$. Calcule:
   a) $\vec{A}$+$\vec{B}$
   b) $\vec{A}$-$\vec{B}$
   c) $\left|\vec{A}\right|$
   d) $\left|\vec{B}\right|$
   e) $\left|\vec{A} + \vec{B}\right|$
   f) $\left|\vec{A} - \vec{B}\right|$
   g) El ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$

9. Dado el vector $\vec{r} = -4\hat{\imath} + 8\hat{\jmath} + \hat{k}$. Calcule el ángulo que forma en el eje x; eje y; eje z.
   Rpta.: $\theta_x = 116{,}4$, $\theta_y = 27{,}3$; $\theta_z = 83{,}6$

10. Dados los vectores $\vec{A} = 2\hat{\imath} - 6\hat{\jmath} - 3\hat{k}$ y $\vec{B} = 4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} - \hat{k}$. Encontrar un vector (unitario) que sea perpendicular a ambos.
    Rpta.: $\vec{C} = \frac{3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 6\hat{k}}{7}$

11. Dados los vectores $\vec{A}$; $\vec{B}$ y $\vec{C}$ arbitrarios, demuestre que $\vec{A} \cdot \left(\vec{B} + \vec{C}\right) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$

12. Dados los vectores $\vec{A} = 5\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 4\hat{k}$ y $\vec{B} = 3\hat{\imath} - \hat{\jmath} - 2\hat{k}$. Encontrar un vector $\vec{C}$ tal que $\vec{A} + \vec{C} = \vec{B}$.
    Rpta.: $\vec{C} = -2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 6\hat{k}$

13. Un muchacho corre 3 cuadras hacia el norte, 4 cuadras hacia el noreste y 5 cuadras hacia el oeste. Determine la longitud y dirección del vector que va desde el punto de partida hasta la posición final.

14. Dos puntos en un plano tienen coordenadas polares (2.5m,30○) y (3.8m,120°). Determine las coordenadas cartesianas de estos puntos y la distancia entre ellos.

15. Considere los vectores $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ y $\vec{F_3}$ que se muestran en la figura, donde el módulo de F_1= 10 m y el módulo de $F_3 \ = 8m$.

    a) Exprese cada uno de los vectores en componentes cartesianas

    b) Determine el vector resultante $\vec{F_r}$=$\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}$

    c) Encuentre un vector $\vec{F_4}$, tal que $\vec{F_1}$+$\vec{F_2}$+$\vec{F_3}$+$\vec{F_4}$=0

    d) Determine el producto escalar (producto punto) entre los vectores $\vec{F_2}$ y $\vec{F_3}$

    Rpta. a) $\vec{F_1} = 6{,}427\hat{\imath} + 7{,}66\hat{\jmath}$; $\vec{F_2} = -6\hat{\imath} + 5\hat{\jmath}$; $\vec{F_3} = -4\hat{\imath} - 6{,}928\hat{\jmath}$ b) $\vec{F_r} = -3{,}57\hat{\imath} + 5{,}732\hat{\jmath}$ c) $\vec{F_4} = -3{,}57\hat{\imath} + 5{,}73\hat{\jmath}$ d) $\vec{F_2} \cdot \vec{F_3} = -10{,}64$

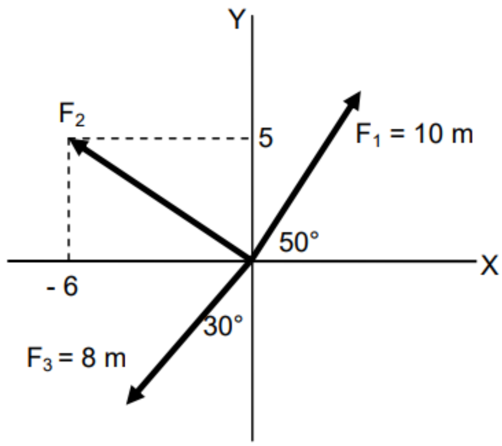

Figura 1: Representación de los vectores problema 15.

16. Considere los vectores $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ y $\vec{F_3}$ que se muestran en la figura, donde el módulo de $\left|\vec{F_1}\right| =$ 420 (m), el módulo de $\left|\vec{F_2}\right| = 150\ (m)$ y el módulo de $\left|\vec{F_3}\right| = 500\ (m)$.

    a) Determine el vector resultante $\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3} = \vec{F_R}$

    b) Determine el módulo de $\vec{F_R}$ y el ángulo que forma con el eje X

    c) Determine el ángulo formado entre los vectores y $\vec{F_R}$ y $\vec{F_1}$

    Rpta.: a) $\vec{F_R} = -194{,}1\hat{\imath} + 865{,}2\hat{\jmath}$; b) $\vec{F_3} = 886{,}71\ (m)$; $\theta_x = 102{,}64$ y $\theta_y = 37{,}64$.

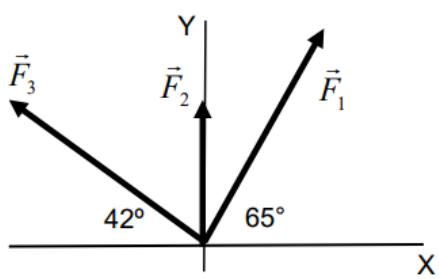

Figura 2: Representación de los vectores y algunos ángulos del problema 16

17. Considere los dos vectores que se muestran en la figura (3), donde el módulo de A = 6 m.

   a) Encuentre un vector $\vec{C}$, tal que $\vec{A} = \vec{B} + \vec{C}$

   b) Determine el módulo de $\left|\vec{C}\right|$ y el ángulo que forma con el eje x.

   c) Determine el ángulo del vector $\vec{B}$

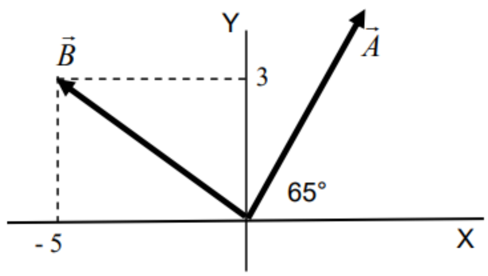

Figura 3: Representación de las coordenadas y ángulos de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

18. Un conductor de un automóvil maneja 3 km hacia el Norte, 2 km hacia el noreste (45° al Este del Norte), 4 km al Oeste y, finalmente, 3 km al sureste (45°al Este del Sur). Determine la posición final, tomando como origen su punto inicial.
Rpta.: $\vec{r} = (-0{,}464\hat{x} + 2{,}29\hat{y})$km

19. Un avión viaja en dirección Este con una rapidez de 500 (km/h). Si el viento sopla en dirección sur con una rapidez de 90 km/h. ¿Cuál es la dirección y rapidez relativa del avión respecto al suelo?
Rpta.: 508 km/h a 10° dirección sureste.

20. La bandera situada en el mástil de un bote a vela flamea formando un ángulo de 45°, pero la bandera situada en una casa en la orilla se extiende 30° al Sur del Oeste. a) Si la velocidad del bote es de 10 km/hora, calcular la rapidez del viento b) Encontrar la rapidez aparente del viento para un observador situado sobre el bote.
Rpta.: a) 27,32 km/hora; b) 33,46 km/hora.

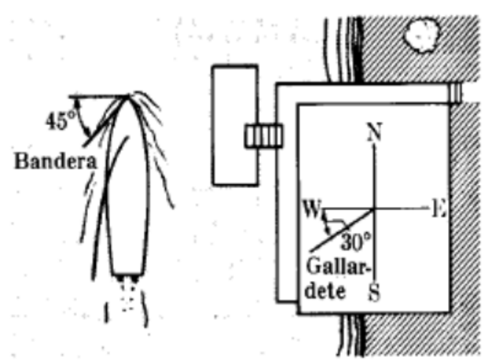

Figura 4: Representación Esquemática del problema.

21. Un atleta corre 100 metros hacia el Oeste, entonces cambia de dirección para la segunda etapa de la carrera. Al final de la carrera se encuentra a 175 m del punto de salida a un ángulo de

15° hacia el noroeste ¿cuál fue la magnitud y la dirección del segundo desplazamiento?
Rpta.: 82.5 m y 147°.

22. Una persona camina por una trayectoria circular de radio 5 m, alrededor de la mitad de un círculo. a) Encuentre la magnitud del vector desplazamiento. B) qué distancia recorre la persona? Y c) ¿cuál es la magnitud del desplazamiento si la persona camina todo el recorrido alrededor de un círculo?
Rpta.: a) 10m; b) 15,7m; c) 0.

23. Un estudiante está atrapado en un bosque. Para encontrar la salida camina $10m$, da un giro de90 a la derecha y camina $5m$, efectúa otro giro de 90 a la derecha y camina $7m$ ¿Cuál es el desplazamiento desde su posición inicial?
Rpta.: 5,83 m y a 59 a la derecha de la primera dirección.

24. Un barco se dispone a zarpar hacia un punto A situado a $124(km)$ al norte del punto de partida (O). Una tormenta inesperada empuja al barco hasta un punto B a $72,6$ km al norte y $31,4$ km al este del punto O. Luego el barco navega en aguas tranquilas.

    a) Escriba el vector posición del punto B, tomando como origen el punto O.

    b) Escriba el vector desplazamiento desde B hacia A

    c) . ¿Qué distancia y en qué dirección debe navegar desde B a A para llegar a su destino?

    Rpta.: a) $(31{,}4\hat{x} + 72{,}6\hat{y})$ km; b) $(-31{,}4\hat{x} + 51{,}4\hat{y})$ km c) 60.2 km; 31.4° al oeste del norte.

25. Un río fluye hacia el norte a una velocidad de 3,0 km/h. Un hombre, situado en la ribera oeste, desea cruzar el río en un bote, dirigiéndose hacia el este con una velocidad de 4,0 km/h. a) Calcule la velocidad que adquiere el bote al ser arrastrado por la corriente (magnitud y dirección). b) Si el río tiene 1,0 km de ancho, ¿en cuánto se habrá desviado el bote hacia el norte cuando llega a la otra orilla? c) ¿Cuánto demora el bote en llegar a la otra orilla?
Rpta.: a) 5,0 km/h; 36,9° al norte del este; b) 0,75 km; c) 0,25 hrs

2. Movimiento en 2D

1. Se lanza un proyectil con rapidez v_0 y ángulo α sobre la horizontal desde lo alto de un edificio de altura h sobre el suelo. Encuentre la distancia horizontal que recorre el proyectil antes de tocar el suelo es:

Solución

Si colocamos nuestros ejes en el suelo del edificio, las funciones de movimiento son:

$$x(t) = v_o \cos\alpha t \tag{4}$$

$$y(t) = h + v_0 \sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{5}$$

Suponiendo que el objeto se demora un tiempo $t = t_v$ en tocar el suelo, esto quiere decir que:

$$\begin{aligned} y(t_v) &= 0 \\ 0 &= h + v_0 \sin\alpha t_v - \frac{1}{2}gt_v^2 \\ \implies t_v &= \frac{-v_0 \sin\alpha \pm \sqrt{v_0^2 \sin\alpha^2 + 2hg}}{-g} \end{aligned}$$

Eligiendo la raíz negativa para obtener un tiempo positivo, tenemos que el tiempo de vuelo t_v o que se demora en tocar el suelo es:

$$t_v = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin\alpha^2 + 2hg}}{g} \tag{6}$$

Reemplazando este tiempo en la de posición para el eje horizontal tenemos que:

$$x(t_v) = \frac{v_o \cos\alpha}{g}(v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin\alpha^2 + 2hg}) \tag{7}$$

2. En un bar local, un cliente desliza sobre la barra de altura h un tarro de cerveza vacío para que lo vuelvan a llenar. El cantinero acaba de decidir ir a casa y repensar su vida, de modo que no ve el tarro. El tarro se desliza de la barra y golpea el suelo a una distancia d de la base de la barra.

   a) ¿Con que velocidad el tarro dejo la barra?

   b) ¿Cuál fue la dirección de la velocidad del tarro justo antes de golpear el suelo?

3. Un bombardero vuela con una velocidad horizontal v_0 constante, y a una altura h en una trayectoria que pasa directamente por sobre su objetivo. ¿A qué ángulo de visión ϕ debe soltar la bomba, de forma que ésta llegue a su objetivo? (Ignore el efecto debido al roce del aire).

4. Una estudiante patea una piedra horizontalmente desde el borde de una plataforma de altura h en dirección a una poza de agua. Si la estudiante escucha el sonido del contacto con el agua un tiempo t_a después de patear la piedra, ¿cuál fue la rapidez inicial de la piedra? Suponga que la rapidez del sonido es conocida y de magnitud c.

5. Un bombero, a una distancia d de un edificio en llamas, dirige un chorro de agua desde una manguera en un ángulo θ sobre la horizontal. Si la rapidez inicial del chorro es v_i ¿en qué altura h el agua golpea al edificio?

6. Una persona de pie en lo alto de una roca hemisférica de radio R patea una bola (al inicio en reposo en lo alto de la roca) para darle velocidad horizontal v_i:

   a) ¿Cuál debe ser su rapidez inicial mínima si la bola nunca debe golpear la roca después de que se patea?

   b) Con esta rapidez inicial, ¿a qué distancia de la base de la roca la bola golpea el suelo?

7. Un decidido coyote está nuevamente en persecución del elusivo correcaminos. El coyote usa un par de patines con ruedas de propulsión, que proporcionan una aceleración horizontal constante de 15,0 (m/s^2). El coyote parte del reposo a $70,0$ (m) de la orilla de un risco en el instante en que el correcaminos lo pasa en la dirección del risco.

   a) Si supone que el correcaminos se mueve con rapidez constante, determine la rapidez mínima que debe tener para alcanzar el risco antes que el coyote.

   En el borde del risco, el correcaminos escapa al hacer un giro repentino, mientras el coyote continúa de frente. Los patines del coyote permanecen horizontales y continúan funcionando mientras el coyote está en vuelo, de modo que su aceleración mientras está en el aire es (15,0$\hat{x}$-$9,80\hat{y}$) (m/s^2):

   a) El risco está a 100 m sobre el suelo plano de un cañón. Determine dónde aterriza el coyote en el cañón.

   b) Determine las componentes de la velocidad de impacto del coyote

8. Una bola se lanza desde una ventana en un piso superior de un edificio. A la bola se le da una velocidad inicial de $v_i = 8,00$(m/s) a un ángulo de θ bajo la horizontal. Golpea el suelo $T = 3,00$ (s) después.

   a) ¿A qué distancia, horizontalmente, desde la base del edificio, la bola golpea el suelo?

   b) Encuentre la altura desde la que se lanzó la bola.

   c) ¿Cuánto tarda la bola en llegar a un punto $D = 10,0(m)$ abajo del nivel de lanzamiento?

9. Mientras algún metal fundido salpica, una gota vuela hacia el este con velocidad inicial v_i a un ángulo ϕ_i sobre la horizontal,y otra gota vuela hacia el oeste con la misma rapidez al mismo ángulo sobre la horizontal. En términos de v_i y ϕ_i, encuentre la distancia entre las gotas como función del tiempo.

10. Un acróbata en motocicleta se lanza del borde de un risco de altura H. Justo en el borde, su velocidad es horizontal con magnitud de v_x . Obtenga la posición, distancia desde el borde y velocidad de la motocicleta

11. Un mono escapa del zoológico y sube a un árbol. Como no logra atraerlo, la cuidadora apunta su rifle con un dardo sedante directamente hacia el mono y dispara. El astuto mono se suelta en el instante en que el dardo sale del cañón del rifle, intentando caer al suelo y escapar. Demuestre que el dardo siempre golpea al mono, sea cual fuere la velocidad inicial del dardo.

12. Una osada nadadora se lanza desde un risco con un impulso horizontal, ¿Qué rapidez mínima debe tener al saltar de lo alto del risco para no chocar con la saliente en la base, que tiene una anchura D y está $4D$ abajo del borde superior del risco?

13. En una feria, se gana una jirafa de peluche lanzando una moneda a un platito, el cual está sobre una repisa más arriba del punto en que la moneda sale de la mano y a una distancia horizontal de $D = 2,1$ (m) desde ese punto. Si lanza la moneda con velocidad de $v_i = 6,4$ (m/s), a un ángulo de $\theta_i = 60$ sobre la horizontal, la moneda caerá en el platito. Ignore la resistencia del aire.

    a) ¿A qué altura está la repisa sobre el punto donde se lanza la moneda?

    b) ¿Qué componente vertical tiene la velocidad de la moneda justo antes de caer en el platito?

14. Un avión que viaja a velocidad $v = v_x\hat{x}$ y se encuentra a una altura H del suelo. Al llegar a cierta posición(punto de lanzamiento), deja caer su carga, la cual cae a una distancia D del punto de lanzamiento como en la figura.

    a) Encuentre el valor del tiempo de caída.

    b) ¿Qué valor debe tener la velocidad v_x para caer en el punto D?

    c) Encuentre el ángulo con que llega la carga al suelo.

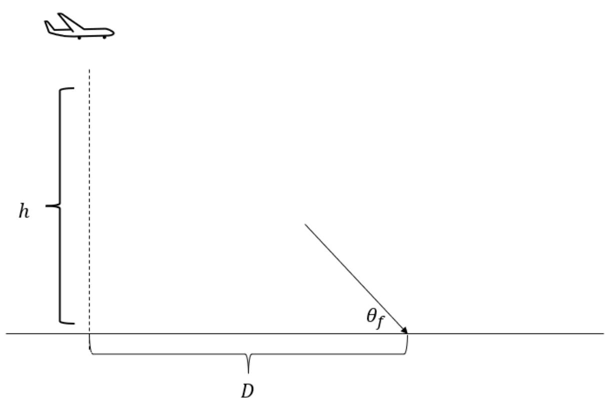

Figura 5: Representación de la situación del problema 14.

15. Se utiliza una manguera para llenar de agua un contenedor cilíndrico grande de diametro D y altura 2D. La manguera lanza el agua a 45° sobre la horizontal, desde el mismo nivel que la base del tanque, y está a una distancia de $6D$ de éste. ¿Para qué intervalo de rapideces de lanzamiento v_0 el agua entrará en el contenedor? Ignore la resistencia el aire, y exprese su respuesta en términos de D y de g.

16. Conforme un barco se acerca al muelle a $v_b = 45,0$ (cm/s), es necesario lanzar hacia el barco una pieza importante para que pueda atracar. El equipo se lanza a $v_e = 15,0$ (m/s) a $\theta_i = 60{,}0$ por encima de la horizontal desde lo alto de una torre en la orilla del agua, $h = 8{,}75$ (m) por encima de la cubierta del barco. Para que el equipo caiga justo enfrente del barco, ¿a qué distancia D del muelle debería estar el barco cuando se lance el equipo?

17. Una carga eléctrica se desplaza inicialmente por el eje X a una velocidad constante v_0 cuando, de manera repentina, se activa un campo eléctrico que genera una aceleración a en una dirección perpendicular a su movimiento anterior, es decir, por el eje Y.

    a) Determine la ecuación de velocidad en función del tiempo en ambos ejes.

b) Encuentre la trayectoria del movimiento $y(x)$.

c) Demuestre que cuando la carga eléctrica se encuentra a una distancia L del punto donde comenzó su aceleración se cumple

$$L = x\sqrt{1 + \left(\frac{ax}{2v_0^2}\right)^2}$$

.

d) Determine el tiempo en el que la carga eléctrica se haya desplazado una cantidad D.

18. Hipo, rey de Berck ha sido acorralado en el borde de un acantilado por Grimmel. A una distancia horizontal D está atrapado dentro de una red Chimuelo, que ve cómo su amigo caerá al agua. Chimuelo logra soltarse y vuela horizontalmente con velocidad constante a una altura h medida desde el mar, para no ser visto y así lograr atrapar a su amigo mientras este caiga. Hipo ve cómo Chimuelo se libera y se deja caer en el mismo instante en que su dragón se suelta desde una altura $H > h$. ¿Logrará Chimuelo salvar a Hipo? Para determinar si esto es posible le pedimos que:

   a) Indique el sistema de referencia a utilizar y escriba las ecuaciones de posición de Hipo y de Chimuelo.

   b) Determine el tiempo que tarda Hipo en caer hasta h desde la cima del acantilado de altura H.

   c) Determine la velocidad horizontal v_C que debe tener Chimuelo para lograr atrapar a Hipo y así rescatarlo de una muerte segura.

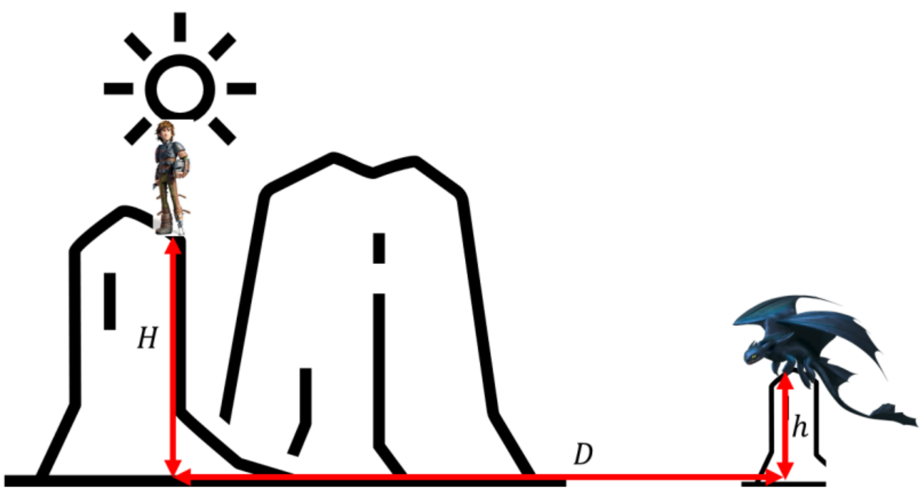

Figura 6: Representación de la situación del problema 18.

19. El movimiento de un cuerpo se describe según las siguientes ecuaciones de posición en función del tiempo para cada uno de los ejes coordenados

$$x(t) = -7t$$
$$y(t) = 4 + 2t - 5t^2$$

Determine el vector velocidad en función del tiempo y el vector aceleración que presenta el cuerpo.

3. Movimiento circular

1. Una partícula se mueve con aceleración angular constante, describiendo una circunferencia de radio $R = 3m$ en sentido horario. Parte del reposo desde el punto A y completa la primera vuelta en $t = 2s$. Determine:

    a) la aceleración angular de la partícula

    b) el tiempo que emplea en describir un ángulo $3\pi/2$ a partir del reposo

    c) el vector velocidad, expresado en término de vectores unitarios $\hat{\imath}$ y $\hat{\jmath}$ cuando la partícula ha descrito un ángulo igual a π

    d) el vector aceleración, expresado en término de vectores unitarios $\hat{\imath}$ y $\hat{\jmath}$, cuando la partícula ha descrito un ángulo igual a π.

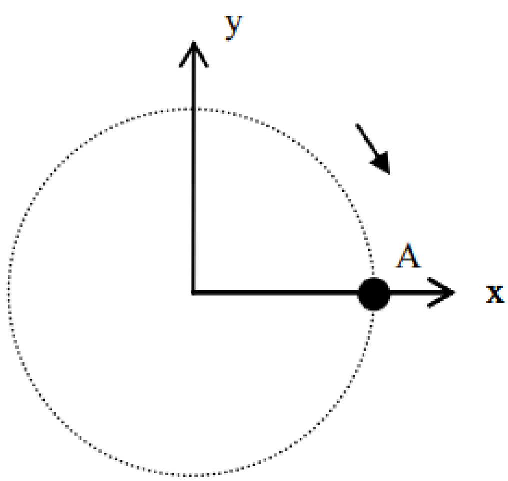

Figura 7: Representación de la situación del problema 1.

2. La rueda A, cuyo radio es de $30cm$, parte del reposo y aumenta su velocidad angular uniformemente a razón de $0,4\pi\ rad/s^2$. La rueda transmite su movimiento a la rueda B, de $12cm$ de radio, mediante la correa C. Obtenga una relación entre las aceleraciones angulares y los radios de las dos ruedas. Encuentre el tiempo necesario para que la rueda B alcance una velocidad angular de $300rpm$. R.- $10s$

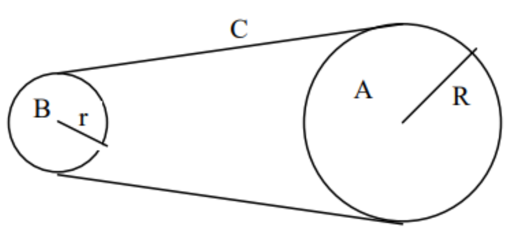

Figura 8: Representación de la situación del problema 2.

3. Dos atletas parten al mismo tiempo y desde el mismo punto A, de una pista circular de radio R = 25 m, pero en sentido contrario, como se indica en la figura. El atleta 1 parte del reposo y acelera uniformemente con aceleración angular α. El atleta 2 se mueve con rapidez angular constante ω. Si se cruzan en el punto B a los 20 s, calcular:

a) La aceleración angular del atleta 1.

b) La velocidad angular del atleta 2.

c) La velocidad tangencial de cada uno al momento del encuentro.

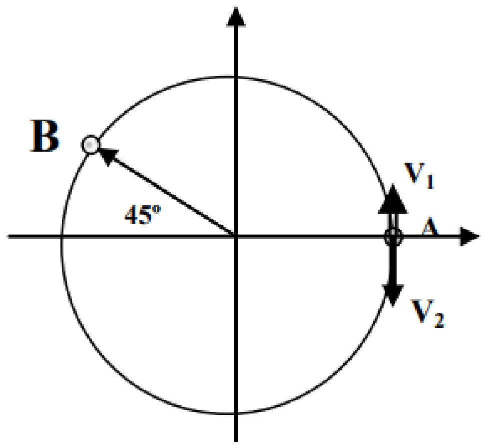

Figura 9: Representación de la situación del problema 3.

4. Una piedra de 0,9 kg se ata al extremo de un cordel de 0,8 m de longitud que tiene el otro extremo fijo. El cordel se corta si la tensión excede de 500 N. La piedra gira en un círculo horizontal, sobre una superficie sin roce.

   a) Calcule la máxima rapidez tangencial que puede alcanzar la piedra sin romper el cordel.

   b) Si la piedra parte del reposo y acelera uniformemente, con aceleración angular $\alpha = 2{,}6 rad/s^2$ ¿Cuánto tiempo demora la piedra en alcanzar esa rapidez máxima?
   R.- a) v = 21,08 m/s; b) t = 10,135 s

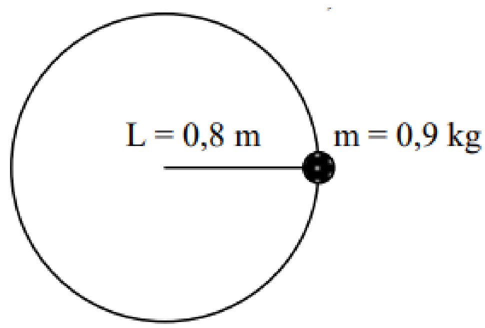

Figura 10: Representación de la situación del problema 4.

5. Se tiene un disco de 15 cm de radio que gira en un plano horizontal en torno a un eje que pasa por su centro. En el borde del disco hay 30 agujeros distribuidos uniformemente. Se deja caer bolitas, una cada 0,1 segundos, tratando de que las bolitas atraviesen los agujeros, sin chocar con el disco.

   a) ¿Cuál es la mínima velocidad angular con que debe girar el disco de modo que las bolitas pasen sin chocar con él? Exprese su resultado en rpm.

   b) En ese caso, ¿cuál es el período del movimiento del disco?

c) ¿Con qué velocidad angular debe girar el disco para que las bolitas lo atraviesen saltándose un agujero por medio?

R.- a) 20 rpm; b) 3s; c) 40 rpm

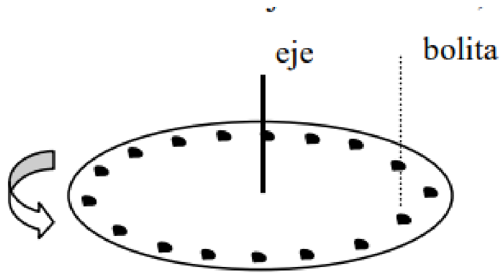

Figura 11: Representación de la situación del problema 5.

6. El radio de la órbita terrestre alrededor del Sol (suponiendo que fuera circular) es de $1{,}50 \times 10^8$ [km] y la Tierra la recorre en 365 días.

   a) Calcule la magnitud de la velocidad orbital de la Tierra en m/s.

   b) Calcule la aceleración radial de la Tierra hacia el Sol en m/s^2.

   c) Repita los incisos a) y b) para el movimiento del planeta Mercurio (radio orbital $5,79 \times 10^7$ km, periodo orbital $88,0$ días).

7. Conforme se separan los cohetes propulsores, los astronautas del transbordador espacial sienten una aceleración de hasta 3g, donde $g \approx 9,80\ m/s^2$. En su entrenamiento, los astronautas montan un dispositivo en el que experimentan tal aceleración como una aceleración centrípeta. En específico, el astronauta se sujeta con firmeza al extremo de un brazo mecánico que luego gira con rapidez constante en un círculo horizontal. Determine la rapidez de rotación, en revoluciones por segundo, requerida para dar a un astronauta una aceleración centrípeta de $3,00g$ mientras está en movimiento circular con radio de $9,45m$.

8. Un péndulo con un cordón de longitud $r = 1{,}00$ m se balancea en un plano vertical. Cuando el péndulo está en las dos posiciones horizontales $\theta_1 = 90{,}0^\circ$ y $\theta_2 = 45^\circ$, su rapidez es $5,00$ m/s.

   a) Encuentre la magnitud de la aceleración radial y la aceleración tangencial para estas posiciones.

   b) Dibuje diagramas vectoriales para determinar la dirección de la aceleración total para estas dos posiciones.

   c) Calcule la magnitud y dirección de la aceleración total.

9. Una piedra atada a una cuerda se mueve en el plano xy; sus coordenadas en función del tiempo son

$$x(t) = R\cos\omega t \tag{8}$$
$$y(t) = R\sin\omega t \tag{9}$$

donde R y ω son constantes.

a) Demuestre que la distancia de la piedra al origen es constante e igual a R, es decir, que su trayectoria es un círculo de radio R.

b) Demuestre que la velocidad de la piedra siempre es perpendicular a su vector de posición.

c) Demuestre que la aceleración de la piedra siempre es opuesta en dirección al vector de posición y tiene magnitud ω^2/R.

d) Demuestre que la magnitud de la velocidad de la piedra es constante e igual a ω/R.

e) Combine los resultados de c) y d) para demostrar que la aceleración de la piedra tiene magnitud constante v^2/R.

10. Una centrifuga en un laboratorio en la Tierra efectúa n rpm y produce una aceleración de $5{,}00g$ en su extremo externo.

    a) ¿Cuál es la aceleración (en g) en un punto a mitad del camino hacia el extremo externo?

    b) Ahora se utiliza esta centrifugadora en una cápsula espacial en el planeta Mercurio, donde $g_{Mercurio}$ es $0,378$ del valor de g en la Tierra. ¿Cuántas rpm (en términos de n) producirían $5g_{Mercurio}$ en su extremo externo?