



**Ayudantía 11**  
**Funciones Logaritmo y Aplicaciones de la integral**  
**(área entre curvas y sólidos de revolución)**  
10/11/2023

En este taller, aplicaremos el cálculo integral para calcular el área entre dos curvas. También, aplicaremos el cálculo integral para calcular el volumen de un sólido de revolución que se obtiene al hacer girar el gráfico de una función en torno a un eje.

Por otro lado, aplicaremos el cálculo diferencial para obtener el gráfico de una función logarítmica en un contexto científico.

**Objetivos:**

- Aplicar el cálculo integral para calcular el área entre dos curvas.
- Aplicar métodos de integración para calcular integrales definidas.
- Aplicar el teorema del valor medio para integrales.
- Calcular el volumen de un sólido de revolución en un problema contextualizado.
- Realizar análisis gráfico de la función logaritmo compuesta con funciones conocidas.

**Ejercicios Propuestos**

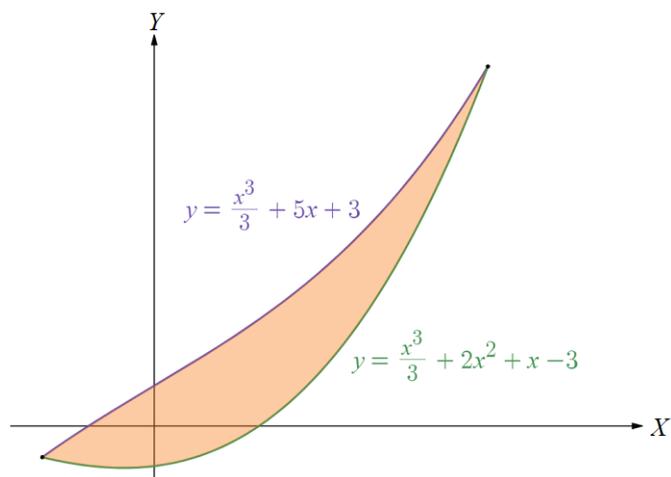
1. Un grupo de científicos ha decidido cambiar un cultivo de un ecosistema a otro para verificar si es capaz de adaptarse al nuevo ecosistema. En tal experimento se ha modelado la población del cultivo (en miles) mediante la función

$$f(t) = \ln((t - 1)^2 + e^2 - 1),$$

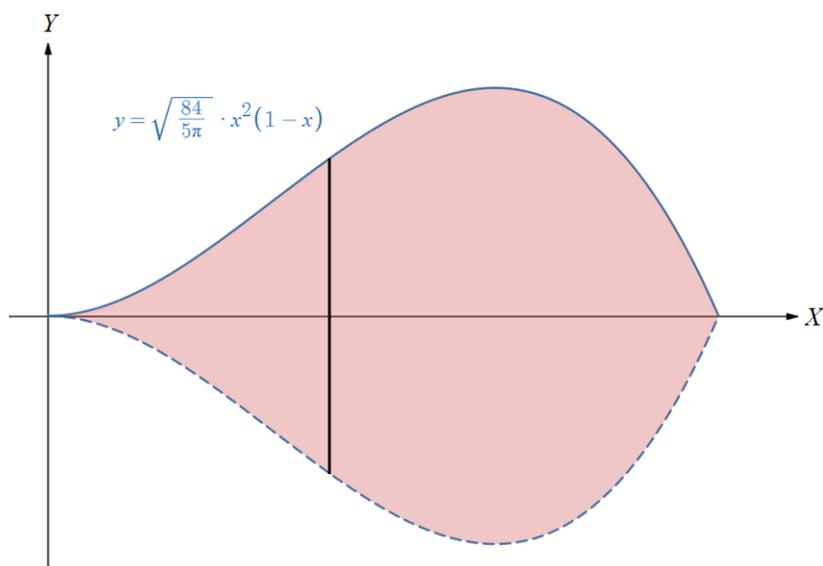
donde  $t$  corresponde al tiempo medido en días a partir del instante  $t = 0$ .

- a) Determine la población inicial del cultivo.
- b) Determine la población mínima y el instante en que se alcanzó tal población. ¿Se extingue la especie?

2. Calcule el área sombreada entre las curvas  $y = \frac{x^3}{3} + 5x + 3$  e  $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + x - 3$ , que se muestra en la siguiente figura:



3. A partir de un trozo de madera, se tallará en un torno un trompo con la siguiente silueta (en azul):



La curva superior (que se muestra continua) es  $y = \sqrt{\frac{84}{5\pi}} \cdot x^2(1 - x)$ , y la inferior (que se muestra entrecortada) es su reflejo con respecto al eje  $X$ , vista la simetría que le dará el torneado al trompo. Acá, ambos ejes miden en décímetros.

- Demuestre que el volumen del trompo es de  $160 \text{ [cm}^3\text{]}$ .
- El segmento de recta vertical (en negro) muestra el ancho del trompo en un punto. ¿Cuál es el ancho promedio del trompo?