



## Ayudantía 6

### Optimización y gráfico de funciones

22/09/2023

En este taller, abordaremos un conjunto de conceptos vistos hasta el momento, tales como, reglas de derivación, límites para analizar la existencia de asíntotas verticales y horizontales, criterios de la primera y de la segunda derivada para estudiar la monotonía y concavidad de una función, entre otros. Todo este proceso tiene como finalidad esbozar el gráfico de una función dada. Además, aplicaremos el cálculo diferencial para resolver problemas contextualizados cuyo objetivo es la optimización de una función.

#### Objetivos:

- Realiza análisis de curva para esbozar el gráfico de una función.
- Resuelve problemas de optimización aplicando el cálculo diferencial.
- Modela y optimiza una función de acuerdo a un contexto.

#### Ejercicios Propuestos

1. Considere la función  $f: \mathbb{R} \setminus \{2, -2\} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4}$ .

Con el objetivo de esbozar el gráfico de la función  $f$ , siga los siguientes pasos:

- i) Encuentre las intersecciones con los ejes.
- ii) determine asíntotas verticales y horizontales, si es que existen.
- iii) Máximos y mínimos locales de  $f$
- iv) Intervalos donde la función es creciente y donde es decreciente.
- v) Intervalos donde la gráfica es cóncava hacia arriba y donde es cóncava hacia abajo, y puntos de inflexión.

Esboce el gráfico tomando en consideración cada uno de los cálculos expuestos en los pasos anteriores.

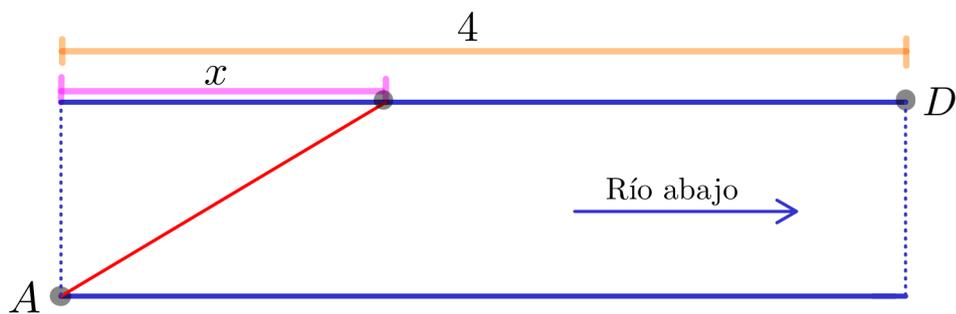
2. La energía (por unidad de tiempo) gastada por cierta especie de perico en un vuelo horizontal, está dada por la expresión

$$E(v) = \frac{1}{v}(k(v - 35)^2 + c),$$

donde  $v$  es la velocidad de vuelo del ave medida en [km/h], y donde  $k, c$  son constantes positivas. ¿Qué velocidad de vuelo del perico minimiza su gasto energético?

3. Harold ha decidido viajar a su tierra natal (Valdivia) para disfrutar de sus vacaciones de fiestas patrias. En este lugar aprovechará de hacer un poco de deporte al aire libre. su objetivo es cruzar un río que tiene un ancho de 1 [km] a fin de alcanzar un punto  $D$  a 4 [km] río abajo, como se muestra en la figura adjunta. Él puede nadar a 4 [km/hora] y correr a 10 [km/hora]. Suponiendo que Harold comenzará nadando hacia un punto a  $x$  [km] río abajo del punto  $A$  de donde parte, determine:

- El tiempo  $T$ , en función de  $x$ , que Harold se demorará en llegar de  $A$  a  $D$ .
- Los puntos críticos de  $T$ .
- Los intervalos donde  $T$  es creciente y los intervalos donde es decreciente.
- El valor de  $x$  para el cual Harold llegará más rápido a su destino, y determine el tiempo que demorará.



*Ser perseverante y paciente puede ser mucho mejor que ser talentoso.*