

Ayudantía 2:

(1)

PA1 sea m:

$x_1(t)$: posición del primer móvil en tiempo t (en metros)

$x_2(t)$: posición del segundo móvil en tiempo t .

t : tiempo medido en segundos.

(en metros)

Sabemos que

$$x_1(t) = t^3 + 100t + 1000$$

$$x_2(t) = t^3 + 300t + 500$$

Queremos probar que existe $t \in [0, 10]$ en que

$$\frac{x_1(t)}{x_2(t)} = \frac{6}{5}.$$

Sol: Para esto, utilizamos el teo. del valor intermedio. Consideremos la función

$$f(t) = \frac{x_1(t)}{x_2(t)} = \frac{t^3 + 100t + 1000}{t^3 + 300t + 500}.$$

veremos que

$$1) f(0) = \frac{1000}{500} = 2$$

$$2) f(10) = \frac{10^3 + 1000 + 1000}{10^3 + 3000 + 500} = \frac{3000}{4500} = \frac{30}{45} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

observamos a que que

$$\left[f(10) < \frac{6}{5} < f(0) \right]$$

(2)

3) f es continua entre $[0, 10]$ al ser un cociente entre funciones continuas (polinomios) en que el de denominador $x_2(t)$ cumple que si $t \geq 0$, entonces $x_2(t) = t^3 + 300t + 500 > 0$. es decir $x_2(t) \neq 0$.

Así, por Teo. del valor intermedio, existe un $t \in [0, 10]$ en que $f(t) = \frac{6}{5}$. que es lo que se pide probar.

P2 considere $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ por $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 2$ ③
Encuentre la recta tangente al gráfico de f
en el punto $(1, f(1))$

Sol: Sabemos que la recta vendrá dada por

$$y = f(1) + m(x - 1)$$

en que m es la pendiente de f en $(1, f(1))$.
es decir, $f'(1)$. Por lo que calculamos la
derivada:

$$\begin{aligned} f'(x) &= [2x^4]' - [7x^2]' + [2]' \\ &= 2 \cdot 4x^3 - 7 \cdot (2x) + 0 \\ &= 8x^3 - 14x \end{aligned}$$

evaluando,

$$f'(1) = 8 - 14 = -6. \quad | \quad f(1) = 2 - 7 + 2 = -7$$

Por lo que la recta está dada por la ecuación:

$$\begin{aligned} y &= -7 - 6(x - 1) \\ &= -7 - 6x + 6 = -6x - 1. \end{aligned}$$

P3] suponga que f y g son dos funciones . (1)
diferenciables en $\mathbb{R}$ tales que cumplen

$$f(2) = 1, \quad f'(2) = -2, \quad g(2) = -1, \quad g'(2) = 4$$

sea F una nueva función cuya regla de asignación

es:

$$F(x) = \frac{f(x) + 2g(x)}{3 - f(x) \cdot g(x)} \quad \text{calcule } F'(2).$$

sol: primero, calculemos $F'(x)$:

$$F'(x) = \frac{[f(x) + 2g(x)]'(3 - f(x) \cdot g(x)) - (f(x) + 2g(x)) [3 - f(x) \cdot g(x)]'}{(3 - f(x) \cdot g(x))^2}$$

$$= \frac{(f'(x) + 2g'(x))(3 - f(x)g(x)) + (f(x) + 2g(x))(f'(x)g(x) + f(x)g'(x))}{(3 - f(x) \cdot g(x))^2}$$

Por lo que; tomando $x=2$:

$$F'(2) = \frac{\underbrace{(f'(2) + 2g'(2))}_{-2 - 2 = -4} \underbrace{(3 - f(2)g(2))}_{3 + 1 = 4} + \underbrace{(f(2) + 2g(2))}_{1 - 2 = -1} \underbrace{(f'(2)g(2) + f(2)g'(2))}_{2 + 4 = 6}}{\underbrace{(3 - f(2) \cdot g(2))}_{4}^2}$$

$$= \frac{-16 - 6}{16} = \frac{-22}{16} = -\frac{11}{8}.$$

P4 | calcule las derivadas de:

$$a) h(x) = \frac{(x+1)(x-1)}{x^2+x+1} = \frac{x^2-1}{x^2+x+1}$$

sol: por regla del cociente,

$$h'(x) = \frac{[x^2-1](x^2+x+1) - (x^2-1)[x^2+x+1]'}{(x^2+x+1)^2}$$

$$= \frac{2x(x^2+x+1) - (x^2-1)(2x+1)}{(x^2+x+1)^2}$$

$$b) K(x) = \frac{x^4+7x^3-2}{x+1} + \frac{x^2-1}{2x+1}$$

sol: por regla del cociente:

$$K'(x) = \frac{[x^4+7x^3-2]'(x+1) - (x^4+7x^3-2)[x+1]'}{(x+1)^2}$$

$$+ \frac{[x^2-1]'(2x+1) - (x^2-1)[2x+1]'}{(2x+1)^2}$$

$$= \frac{(4x^3+21x^2)(x+1) - (x^4+7x^3-2) \cdot 1}{(x+1)^2}$$

$$+ \frac{2x(2x+1) - (x^2-1) \cdot 2}{(2x+1)^2}$$