



Ayudantía 1
Límites y continuidad
11/08/2023

En este taller, estudiaremos límites de funciones utilizando las propiedades de límites que ya hemos visto. Además, analizaremos la existencia de algunos límites y determinaremos su valor en el caso de que existan. Finalmente, estudiaremos la continuidad de ciertas funciones.

Objetivos:

- Examinar la pertinencia de las propiedades de álgebra de límites para su correcto uso.
- Calcular límites de funciones utilizando propiedades conocidas.
- Analizar la continuidad de funciones en un punto.
- Determinar continuidad en todo su dominio.

Ejercicios Propuestos

1. Calcule los siguientes límites:

- a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 4x - 6}{8x + 8}$
- b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^7 - 4x^3}{7x^5 + 3x^2}$
- c) $\lim_{t \rightarrow 3^-} \frac{|t - 3| - 6}{t + 3}$

2. Considere las funciones f y g descritas por

$$f(x) = \frac{4x}{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}$$

$$g(x) = \frac{3x^4 - 4}{5x^4 + 2x^2}$$

Calcule (si es posible) los siguientes límites:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

- b) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.
 c) $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) \cdot g(x))$.
 d) $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + x^2 g(x))$.

3. Responda según corresponda:

a) Considere $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{2x^2 - 5x + 2} & \text{si } x < 2 \\ \frac{1}{12} & \text{si } x = 2 \\ \frac{x-1}{x+10} & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad (1)$$

Demuestre que f es continua en $x = 2$.

b) Considere $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{x+2} & \text{si } x < -3 \\ ax + b & \text{si } -3 \leq x \leq 2 \\ \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x-2} & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad (2)$$

Encuentre los valores de $a, b \in \mathbb{R}$ para que g sea continua en todo su dominio.