



Economía

Profesores: Christian Belmar (PhD), Manuel Aguilar, Natalia Bernal, José Cárdenas, Joaquín Gana, Francisco Leiva, Matías Philipp, Miguel Gonzalez

Ayudantía 0 - No Presencial

Objetivos

En esta primera ayudantía se reforzarán los principales elementos matemáticos y gráficos necesarios para poder abordar el curso mientras en clases comienzan a revisar la parte teórica y las primeras aproximaciones a Economía, las cuales se empiezan a abordar en la próxima ayudantía.

1. Resumen Matemático: Ecuación de la recta

Una recta está determinada por su pendiente (m) con sus coordenadas (x_1, y_1) que corresponde a un punto por donde ésta pasa. Por lo tanto se puede determinar la ecuación que relaciona X e Y con esta información. Si $P(x, y)$ es un punto cualquiera del plano x y:

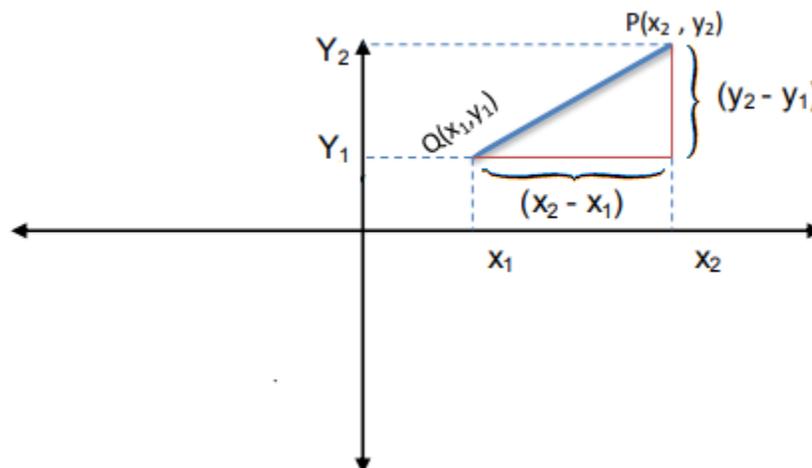


Figura 1.1: Ecuación de la recta determinada por el punto P y Q

La pendiente de la recta que une P con el punto dado Q es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (1)$$



Reordenando los términos de (1) y en particular como se debe cumplir para cualquier par de puntos X e Y, entonces se puede encontrar la ecuación de la recta:

$$(Y - y_1) = m(X - x_1) \quad (2)$$

Por lo tanto dados dos puntos: Q el cual se encuentra en x_1 e y_1 y P localizado en x_2 e y_2 , se sigue el siguiente procedimiento:

1. Se calcula la pendiente con la ecuación (1)
2. Luego se introduce m en (2) y se utiliza cualquier par de puntos P o Q, se deja el X e Y intacto.
3. Se despeja Y y se encuentra la ecuación.

2. Resumen Matemático: Sistema de ecuaciones

a) MÉTODO DE SUSTITUCIÓN.

1. Se despeja una incógnita de una ecuación (la que te parezca más fácil de despejar)
2. Se sustituye en la otra ecuación, quedando una ecuación de primer grado.
3. Se resuelve la ecuación.
4. El valor obtenido para la incógnita lo sustituyes en una de las ecuaciones y operando sacas la otra.

b) MÉTODO DE IGUALACIÓN

1. Se despeja la misma incógnita de las dos ecuaciones (la que te parezca más fácil de despejar)
2. Se igualan las expresiones quedando una ecuación con una incógnita
3. Se resuelve la ecuación.
4. El valor obtenido para la incógnita lo sustituyes en una de las ecuaciones y operando sacas la otra. También se puede sustituir en una de las dos ecuaciones obtenidas en el punto 1.

c) MÉTODO DE REDUCCIÓN

1. Se elige la incógnita (la que te parezca más fácil)
2. Se hace que los coeficientes de dicha incógnita en las dos ecuaciones sean opuestos.
3. Se suman las dos ecuaciones quedando una ecuación con una incógnita que se resuelve.
4. Se sustituye en cualquiera de las dos ecuaciones.



3. Ejercicios

3.1. Método de sustitución

1. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones y grafique la solución:

$$2P - Q = 2 \quad (3)$$

$$3P + Q = 13 \quad (4)$$

Se despeja Q en la ecuación (3):

$$Q = 2P - 2$$

Q se reemplaza en la otra ecuación para obtener P^* :

$$3P + (2P - 2) = 13$$

$$5P = 15$$

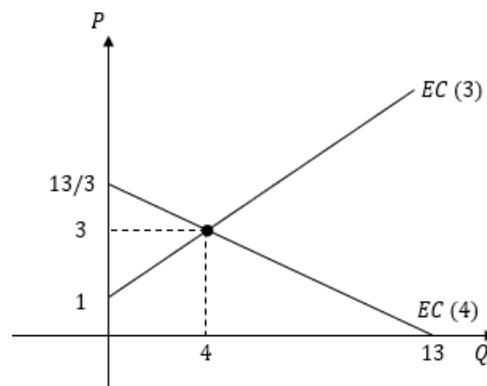
$$P^* = 3$$

Reemplazamos P^* en la ecuación (3) para obtener Q^* :

$$2 * 3 - Q = 2$$

$$Q^* = 4$$

Graficamente,



2. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones y grafique la solución:

$$2P - Q = 4 \quad (5)$$

$$2P + Q = 60 \quad (6)$$



Se despeja Q en la ecuación (5):

$$Q = 2P - 4$$

Q se reemplaza en la otra ecuación para obtener P^* :

$$2P + (2P - 4) = 60$$

$$4P = 64$$

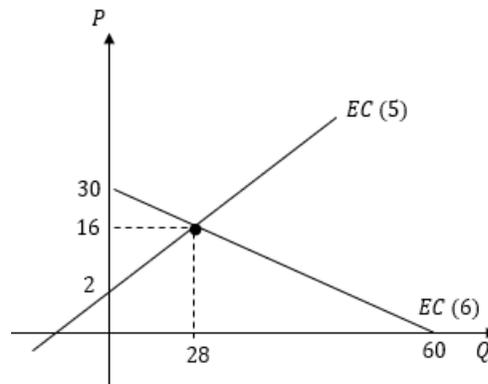
$$P^* = 16$$

Reemplazamos P^* en la ecuación (5) para obtener Q^* :

$$2 * 16 - Q = 4$$

$$Q^* = 28$$

Graficamente,



3. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones y grafique la solución:

$$16P + Q = 4,000 \quad (7)$$

$$20P - Q = 3,200 \quad (8)$$

Se despeja Q en la ecuación (7):

$$Q = 4,000 - 16P$$



Q se reemplaza en la otra ecuación para obtener P^* :

$$20P - (4,000 - 16P) = 3,200$$

$$20P - 4,000 + 16P = 3,200$$

$$36P = 7,200$$

$$P^* = 200$$

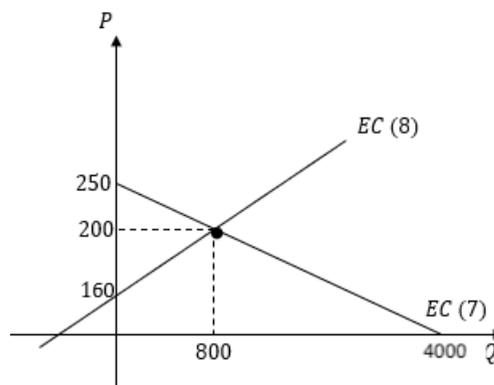
Reemplazamos P^* en la ecuación (7) para obtener Q^* :

$$16 * 200 + Q = 4,000$$

$$3200 + Q = 4,000$$

$$Q^* = 800$$

Graficamente,



4. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones y grafique la solución:

$$2P + Q = 220 \quad (9)$$

$$4P - Q = 80 \quad (10)$$

Se despeja Q en la ecuación (10):

$$Q = 4P - 80$$

Q se reemplaza en la otra ecuación para obtener P^* :

$$2P + (4P - 80) = 220$$

$$6P = 300$$

$$P^* = 50$$



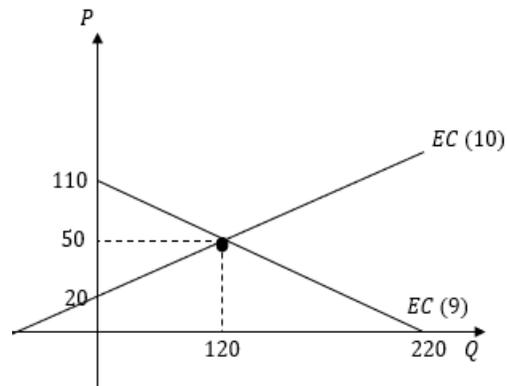
Reemplazamos P^* en la ecuación (10) para obtener Q^* :

$$4 * 50 - Q = 80$$

$$Q = 200 - 80$$

$$Q^* = 120$$

Graficamente,



3.2. Método de igualación

1. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones y grafique la solución:

$$20P - Q = 100 \quad (11)$$

$$Q + 20P = 300 \quad (12)$$

Despejando Q de ambas ecuaciones, se obtiene:

$$Q = 20P - 100 \quad (13)$$

$$Q = -20P + 300 \quad (14)$$

Igualando estas nuevas ecuaciones, se tiene:

$$20P - 100 = -20P + 300$$

$$20P + 20P = 300 + 100$$

$$40P = 400$$

$$P^* = 10$$

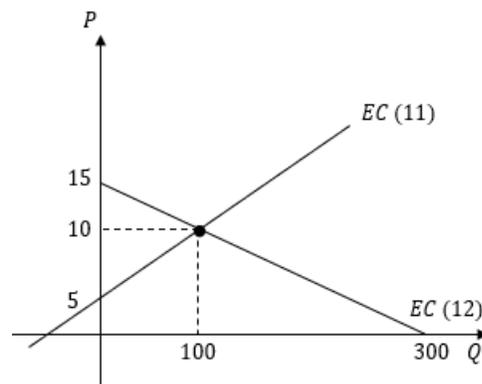


Para obtener Q^* , reemplazamos P^* en la ecuación (13),

$$\begin{aligned} Q &= 20P^* - 100 \\ &= 20 \cdot 10 - 100 \\ &= 200 - 100 \end{aligned}$$

$$\boxed{Q^* = 100}$$

Graficamente,



2. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones y grafique la solución:

$$Q + 10P = 4,000 \quad (15)$$

$$20P - Q = 3,200 \quad (16)$$

Despejando Q de ambas ecuaciones, se obtiene:

$$Q = 4,000 - 10P \quad (17)$$

$$Q = 20P - 3,200 \quad (18)$$

Igualando estas nuevas ecuaciones, se tiene:

$$4,000 - 10P = 20P - 3,200$$

$$4,000 + 3,200 = 20P + 10P$$

$$7,200 = 30P$$

$$\boxed{P^* = 240}$$

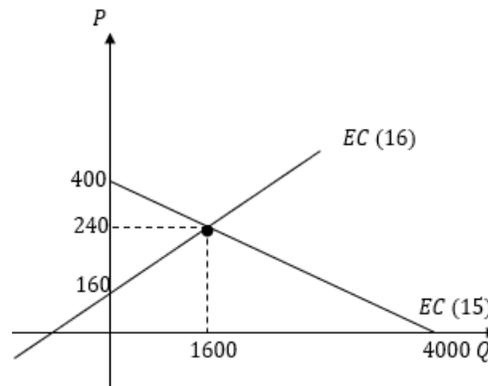


Para obtener Q^* , reemplazamos P^* en la ecuación (17),

$$\begin{aligned} Q &= 4,000 - 10P^* \\ &= 4,000 - 10 \cdot 240 \\ &= 4,000 - 2,400 \end{aligned}$$

$$Q^* = 1,600$$

Graficamente,



3. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones y grafique la solución:

$$Q - 5P = 0 \quad (19)$$

$$Q + P = 4,500 \quad (20)$$

Despejando Q de ambas ecuaciones, se obtiene:

$$Q = 5P \quad (21)$$

$$Q = 4,500 - P \quad (22)$$

Igualando estas nuevas ecuaciones, se tiene:

$$5P = 4,500 - P$$

$$6P = 4500$$

$$P^* = 750$$

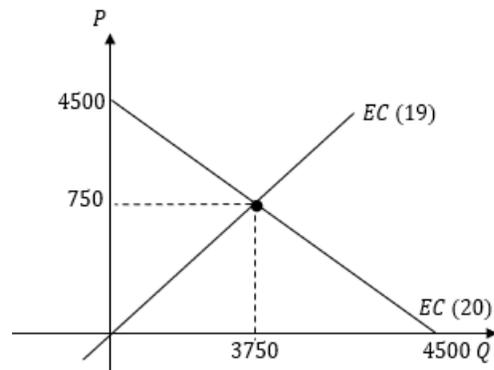
Para obtener Q^* , reemplazamos P^* en la ecuación (21),

$$\begin{aligned} Q &= 5P^* \\ &= 5 \cdot 750 \end{aligned}$$

$$Q^* = 3,750$$



Graficamente,



4. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones y grafique la solución:

$$Q = 500 - 10P \quad (23)$$

$$Q = 10P - 100 \quad (24)$$

Igualando estas nuevas ecuaciones, se tiene:

$$500 - 10P = 10P - 100$$

$$600 = 20P$$

$$P^* = 30$$

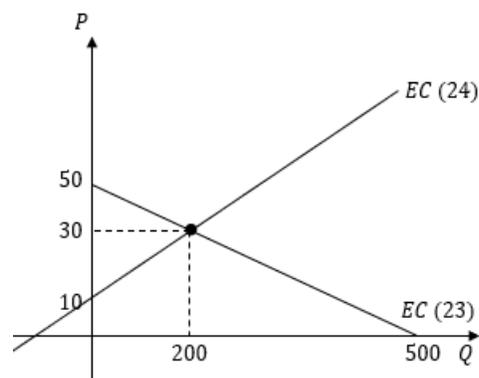
Para obtener Q^* , reemplazamos P^* en la ecuación (23),

$$Q = 500 - 10P^*$$

$$= 500 - 10 \cdot 30$$

$$Q^* = 200$$

Graficamente,





3.3. Método de Reducción

1. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones y grafique la solución:

$$P = 6Q - 1 \quad (25)$$

$$P = -2Q + 3 \quad (26)$$

En primera instancia elegimos una incógnita que queramos despejar, en esta ocasión optaremos por el término **P**:

Para ello tomaremos la ecuación 26 y multiplicaremos por **3**¹ todos sus coeficientes, respetando así la igualdad, obteniendo la ecuación:

$$3P = -6Q + 9$$

Con las ecuaciones 25 y 3.3 procedemos a resolver

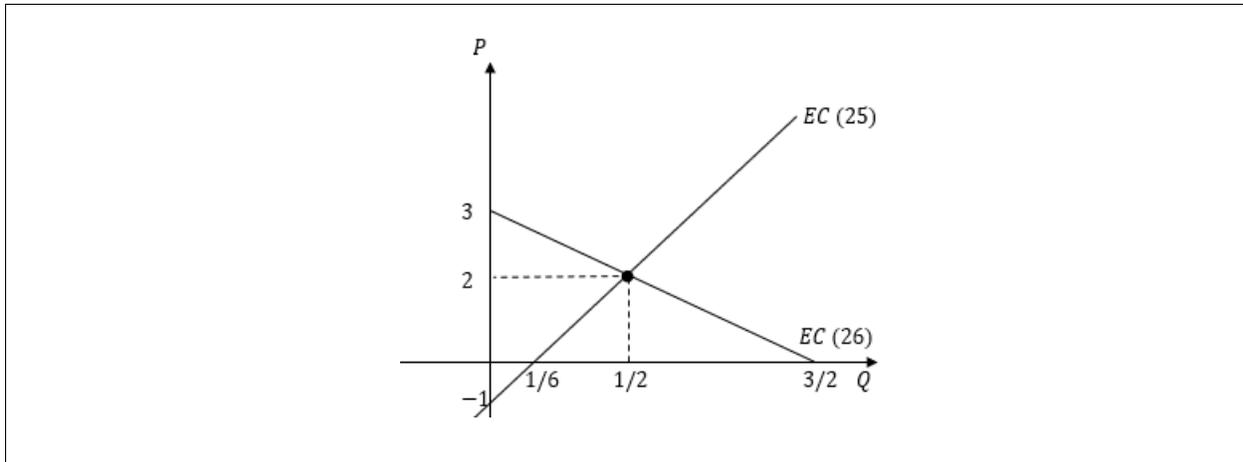
$$\begin{array}{r} P = 6Q - 1 \\ 3P = -6Q + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4P = 0Q + 8 \\ 4P = 8 \\ P^* = 2 \end{array}$$

$P^* = 2$ es el valor de equilibrio o punto de intersección de las rectas 25 y 26 por lo tanto, sin importar en que recta reemplacemos el valor $P^* = 2$, el valor Q que obtendremos será el valor el de equilibrio en ambas rectas.

$$\begin{array}{r} 2 = 6Q - 1 \\ 3 = 6Q \\ Q^* = 1/2 \end{array}$$

Por lo tanto los valores que resuelven el sistema de ecuaciones son $Q^* = 1/2$ y $P^* = 2$. Gráficamente,



2. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones y grafique la solución:

$$P = Q - 2 \quad (27)$$

$$P = -Q + 8 \quad (28)$$

En primera instancia elegimos una incógnita que queramos despejar, en esta ocasión optaremos por el término **P**:

Con las ecuaciones 27 y 28 procedemos a resolver

$$P = Q - 2$$

$$P = -Q + 8$$

$$2P = 0Q + 6$$

$$2P = 6$$

$$P^* = 3$$

$P^* = 3$ es el valor de equilibrio o punto de intersección de las rectas 27 y 28 por lo tanto, sin importar en que recta reemplacemos el valor $P^* = 3$, el valor Q que obtendremos será el valor de equilibrio en ambas rectas.

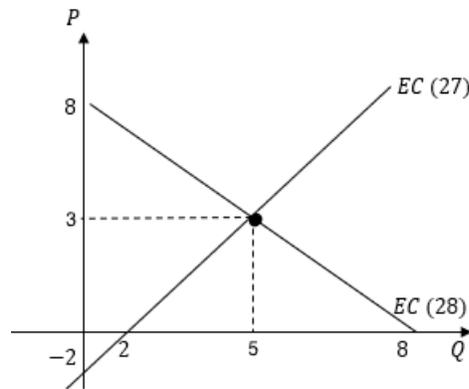
$$3 = Q - 2$$

$$5 = Q$$

$$Q^* = 5$$



Por lo tanto los valores que resuelven el sistema de ecuaciones son $Q^* = 5$ y $P^* = 3$.
Gráficamente,



3. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones y grafique la solución:

$$P = -2Q + 12 \quad (29)$$

$$P = 2Q + 8 \quad (30)$$

En primera instancia elegimos una incógnita que querramos despejar, en esta ocasión optaremos por el término **P**:

Con las ecuaciones 29 y 30 procedemos a resolver

$$P = -2Q + 12$$

$$P = 2Q + 8$$

$$2P = 0Q + 20$$

$$2P = 20$$

$$P^* = 10$$

$P^* = 10$ es el valor de equilibrio o punto de intersección de las rectas 29 y 30 por lo tanto, sin importar en que recta reemplacemos el valor $P^* = 10$, el valor Q que obtendremos será el valor el de equilibrio en ambas rectas.

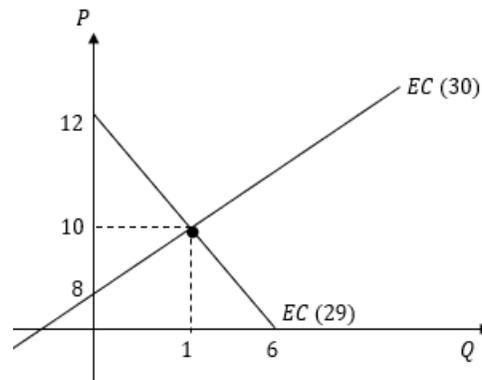


$$10 = 2Q + 8$$

$$2 = 2Q$$

$$Q^* = 1$$

Por lo tanto los valores que resuelven el sistema de ecuaciones son $Q^* = 1$ y $P^* = 10$.
Gráficamente,



4. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones y grafique la solución:

$$2P = -3Q + 11 \quad (31)$$

$$2P = 4Q + 4 \quad (32)$$

En primera instancia elegimos una incógnita que queramos despejar, en esta ocasión optaremos por el término Q :

Para ello tomaremos la ecuación 31 y multiplicaremos por -1^2 todos sus coeficientes, respetando así la igualdad, obteniendo la ecuación:

$$-2P = 3Q - 11$$

Con las ecuaciones 32 y 3.3 procedemos a resolver



$$\begin{array}{r} 2P = 4Q + 4 \\ -2P = 3Q - 11 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0P = 7Q - 7 \\ Q = 1 \\ Q^* = 1 \end{array}$$

$Q^* = 1$ es el valor de equilibrio o punto de intersección de las rectas 31 y 32 por lo tanto, sin importar en que recta reemplacemos el valor $Q^* = 1$, el valor P que obtendremos será el valor el de equilibrio en ambas rectas.

$$\begin{array}{r} 2P = 4 + 4 \\ 2P = 8 \\ P^* = 4 \end{array}$$

Por lo tanto los valores que resuelven el sistema de ecuaciones son $Q^* = 1$ y $P^* = 4$.
Graficamente,

