



Ayudantía 11
Funciones sinusoidales y límites
23/06/2023

En este taller analizaremos el gráfico de una función sinusoidal. Determinaremos su imagen, su periodo y sus puntos notables. A partir de su gráfico analizaremos sus intervalos de monotonía.

Objetivos:

- Graficar una función sinusoidal determinando su periodo y sus puntos notables.
- Resolver ecuaciones trigonométricas sencillas.

Ejercicios Propuestos

1. Considere la siguiente función

$$f: \left[0, \frac{3\pi}{2}\right] \rightarrow [-2, 4] \quad \text{tal que} \quad f(x) = 3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$$

a) Muestre que $Im(f) = [-2, 4]$,

b) Determine el periodo de f y los valores de $x \in \left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$ para los cuales

$$f(x) = -2, \quad f(x) = 4 \quad \text{y} \quad f(x) = 1$$

c) Grafique f .

d) Determine los intervalos de monotonía de f .

e) Se define $g: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-2, 4]$ tal que $g(x) = 3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$. ¿Es g biyectiva? Justifique su afirmación.

2. Para describir el movimiento oscilatorio armónico de una partícula sobre una recta horizontal, se define sobre la misma un origen (de valor cero) y una orientación positiva hacia la derecha.

En este caso, la posición viene dada por un número, como por ejemplo:

Si la partícula está en el origen, entonces su posición será $x = 0$ [cm]. Cuando está 3 [cm] a la derecha, ocupa la posición $x = 3$ [cm]. Y si está a 5 [cm] a la izquierda del origen, está en $x = -5$ [cm].

La posición $x(t)$, en centímetros, a los t segundos, de una partícula que oscila armónicamente sobre el eje X , con centro de oscilación en el origen y amplitud 5, está dada por la siguiente función:

$$x(t) = 5 \cos \left(\pi t + \frac{2\pi}{3} \right), \quad t \in [0, 10]$$

- a) Grafique $x(t)$.
- b) Determine su posición inicial y final y los instantes de tiempo en que la partícula pasa por el centro de oscilación.
3. Analice si los siguientes límites existen. En caso de existir determine su valor.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{-2x+2} - \sqrt{x+2}}{\sqrt{2}x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 5x - 3}{x^2 - 4x + 3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + 5x - 3}{x^2 - 4x + 3}$.

4. Considere la función $g: \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $g(x) = \frac{2}{x+2}$. Calcule

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+h) - g(1)}{h}.$$