**Universidad de Chile**
**Programa de Bachillerato**
**Matemáticas 1**
**Primer semestre de 2023**

# Ayudantía 9
# Funciones biyectivas y círculo unitario
**09/06/2023**

En este taller buscaremos condiciones suficientes para determinar las funciones inversas de un modelo cuadrático y otro racional. También estudiaremos a las funciones trigonométricas a partir del círculo unitario.

**Objetivos:**

- Decidir si una función es biyectiva y encontrar su función inversa.
- Comparar el gráfico de una función con el de su inversa.
- Identificar ángulos notables en la circunferencia unitaria y sus respectivas evaluaciones bajo las funciones trigonométricas.

## Ejercicios Propuestos

1. Considere las siguiente funciones

   i) $f\colon ]-\infty, a] \to [4, +\infty[, \quad f(x) = \dfrac{1}{2}(x-3)^2 + 2,$

   ii) $g\colon \mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R} \setminus \{b\}, \quad g(x) = \dfrac{1}{x-2} - 4,$

   donde $a$ y $b$ son números reales fijos.

   *a*) Determine las constantes $a$ y $b$ de tal manera que $f$ y $g$ sean funciones biyectivas. Justifique su afirmación.

   *b*) Encuentre la función inversa de $f$ y la inversa de $g$ indicando dominio, codominio y regla de asignación.

   *c*) En un mismo plano esboce las gráficas de $f$ y $f^{-1}$. Haga lo mismo con $g$ y $g^{-1}$.

2. Decida la veracidad de las siguientes proposiciones. Justifique cualquiera sea su respuesta.

   *a*) Existe $\alpha \in \mathbb{R}$ que cumple con $\operatorname{sen}(\alpha) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ y $\cos(\alpha) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

*b*) La cantidad de $\alpha \in \mathbb{R}$ que cumplen con $\operatorname{sen}(\alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ y $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ es infinita.

*c*) Si $\alpha \in \mathbb{R}$ es tal que $\operatorname{sen}(\alpha) = -\frac{1}{2}$, entonces el valor de $\cos(\alpha)$ está unívocamente determinado.

3. Determine los números reales $x \in [0, 2\pi[$ de las siguientes ecuaciones:

   *a*) $\operatorname{sen}(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

   *b*) $(1 + \operatorname{sen}(x)) \cdot \cos(x) = 0$.

   *c*) $\cos^2(x) = \frac{1}{2}$.