



**Ayudantía 8**  
**Funciones inversas**  
2/06/2023

En este taller definiremos nuevas funciones utilizando operaciones de funciones dadas. Además, analizaremos si ciertas funciones son biyectivas y/o buscaremos condiciones suficientes para determinar la función inversa de ciertos modelos, graficaremos ambas funciones y observaremos la simetría existente entre ellas.

**Objetivos:**

- Defina nuevas funciones realizando operaciones entre funciones dadas.
- Decidir si una función es invertible y encontrar su función inversa.
- Comparar el gráfico de una función con el de su inversa.

**Ejercicios Propuestos**

1. Considere las funciones  $f: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  con  $f(x) = 2x + 1$ , y  $g: [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  con  $g(x) = x^2 - 1$ .
  - a) Determine las funciones  $f + g$ ,  $fg$  con dominio  $[-1, 2]$  y  $f/g$  con dominio  $]-1, 2] - \{1\}$ .
  - b) Determine el dominio de la función  $f \circ g$  y calcule  $(f \circ g)(x)$ . ¿Existe  $f(g(3))$ ?
  - c) Determine el dominio de la función  $g \circ f$  y calcule  $(g \circ f)(x)$ . ¿Existe  $g(f(2))$ ?
  - d) Discuta si las funciones  $f \circ g$  y  $g \circ f$  son iguales.
2. Un determinado fármaco que regula la temperatura corporal se inyecta por vía muscular. Su efecto, en horas, depende de la dosis  $x$ , en miligramos, según el modelo  $E(x) = \frac{74x}{8x + 3}$ , con  $x \geq 0$ .
  - a) Exprese el modelo en su forma canónica y represéntelo gráficamente.
  - b) ¿Qué rango de dosis se requiere para que el fármaco tenga efecto entre 4 y 8 horas?
  - c) ¿Diría usted que a medida que aumenta la dosis, aumenta el tiempo de efectividad del fármaco?
  - d) ¿Diría usted que  $E$  es una función biyectiva? de ser así, determine la función inversa, interprétela y grafique, en caso contrario realice los cambios necesarios para que exista la función inversa, determínela, interprétela y grafique.

3. Considere  $f : ]-\infty, a] \longrightarrow \left[-\frac{147}{16}, \infty\right[$  tal que  $f(x) = 3x^2 + \frac{15}{2}x - \frac{9}{2}$ ,

- a) Determine el valor de la constante  $a$  para que la función  $f$  sea biyectiva.
- b) Asumiendo el valor de  $a$ , encontrado en el ítem anterior, determine la función inversa de  $f$  (llame a esa función  $f^{-1}$ ) escribiendo explícitamente su dominio, codominio y regla de asignación.
- c) Esboce el gráfico de la función  $f$  y  $f^{-1}$  en un mismo plano cartesiano.

*«Hay gente que dice: “nunca voy a necesitar las matemáticas”[...]. Incluso puede que tú nunca hayas aprendido algo de matemáticas. Ahí está el truco: vayas o no a usar las matemáticas en tu vida, el hecho de que hayas sido capaz de entenderlas deja una huella en tu cerebro que no existía antes, y esa huella es la que te convierte en un solucionador de problemas.»*