Universidad de Chile
Programa de Bachillerato
Matemáticas 2
2*do.* semestre de 2022

Taller de ayudantía 11
Funciones Logaritmo y Exponencial y Aplicaciones del Cálculo Diferencial e Integral

18/11/2022

En este taller aplicaremos las propiedades de la función exponencial y logarítmica en base a con a positiva y distinta de 1. Utilizaremos las reglas de derivación, la regla de L'Hôpital, e integración, además, determinaremos soluciones de ecuaciones exponenciales y resolveremos problemas contextualizados usando este tipo de funciones.

Objetivos:

- Utilizar propiedades de las funciones logarítmicas y exponenciales.
- Calcular derivadas, primitivas y límites de funciones que involucren funciones logarítmicas y exponenciales.
- Resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
- Resolver problemas que involucren función exponencial.

Ejercicios Propuestos

1. Una población de bacterias inicia con 100 de éstas, y la población se triplica cada 2 horas. Llame $P(t)$ a la cantidad de bacterias en el instante t medido en horas, con $t \geq 0$.

   a) Muestre que una fórmula razonable para $P(t)$, donde t es una variable continua, es $P(t) = 100 \cdot 3^{t/2}, \;\; t \geq 0.$

   b) ¿Cuántas horas deben transcurrir para que la población de bacterias sea igual a 800?

   c) Encuentre una función que modele la velocidad de crecimiento de la población de bacterias. ¿Cuál será esta velocidad a las 12 horas?

   d) Encuentre la función inversa de P y explique su significado.

   e) Se define $q(t) = \dfrac{P(t) - 100}{t}$, determine $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \dfrac{P(t) - 100}{t}$.

2. *a*) Sea $f(x) = 3 \cdot 2^x - 10^x, \;\; x \geq 0$.

   i) Determine x tal que $f'(x) = 0$.

   ii) Resuelva $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$.

   b) Resuelva la siguiente ecuación: $\dfrac{1}{5 - \log(x)} = 1 - \dfrac{1}{1 + \log(x)}$.

3. Si comenzamos con q_0 milígramos de radio, la cantidad $q(t)$ de radio después de t años transcurridos está dada por: $q(t) = q_0 \cdot 2^{-t/1600}$. Se requiere que:

   a) Grafique $q(t)$.

   b) Determine la vida media. (la vida media es el tiempo que tarda una sustancia en disminuir a la mitad su valor inicial)

   c) Muestre que la razón de cambio de la cantidad restante a los t años es directamente proporcional a la cantidad restante a los t años.