



Taller de ayudantía 9
TFC, Regla de Barrow y TVM para integrales
04/11/2022

En este taller aplicaremos el Teorema Fundamental del Cálculo para determinar la función derivada de una función definida mediante una integral, también aplicaremos la regla de Barrow para calcular primitivas simples y para calcular el área bajo la curva. Por último, aplicaremos derivadas de funciones definidas por medio de integrales para comprobar su monotonía.

Objetivos:

1. Aplicar el Teorema Fundamental del Cálculo.
2. Calcular primitivas de funciones simples.
3. Aplicar la integral definida para resolver problemas.
4. Calcular el area bajo la curva por medio de integrales definidas.

Ejercicios Propuestos

1. Considere la función $F : [1, 18] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $F(t) = \int_1^{2t} g(x)dx$, donde la función g está dada por la expresión $g(x) = \left[\int_x^{x+1} \left(2u - \frac{1}{u^2} \right) du \right]$
 - a) Determine la fórmula de la función g utilizando la regla de Barrow.
 - b) Aplicando el Teorema Fundamental del Cálculo, determine la pendiente de la recta tangente a la gráfica de F en el punto $(2, F(2))$.
 - c) Asuma que $\frac{1}{2x(2x+1)} < 1$ para todo $x \geq 1$ y, a partir de esto, demuestre que la función F es creciente en todo su dominio.

Nota: observe que dado como se define la función F tenemos que $x \in [1, 2t]$, luego $x \neq 0$.

2. Sea $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.

a) Calcule el área bajo la curva de f (y sobre el eje X) en el intervalo $[1, 4]$.

b) Determine (explícitamente) un valor $c \in [1, 4]$, de tal manera que la altura $f(c)$ de un rectángulo con base $[1, 4]$ tenga igual área que el área bajo la curva calculada en el ítem anterior.

3. Demuestre que la función

$$F(x) = \int_0^{\frac{1}{x}} \frac{1}{1+t^2} dt + \int_0^x \frac{1}{t^2+1} dt$$

es constante para cualquier valor de $x > 0$

Hint: Si $F'(x) = 0$, para todo $x > 0$ entonces F es constante.