Ayudantía 2:



P1] $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (1+x)^{100}$.

a) tangente en $(0, f(0))$.

Para esto, $f(0) = 1^{100} = 1$.

Además, por regla de la cadena, $f'(x) = 100(1+x)^{99} \cdot [1+x]'$

$\Rightarrow f'(x) = 100(1+x)^{99} \cdot 1$. luego, $f'(0) = 100 \cdot 1^{99} = 100$.

Por lo tanto, buscamos una recta que

~~$\to$ (0, 1)~~

$\to$ pase por $(0, 1)$

$\to$ tenga pendiente $100$.

esto nos entega la recta $y = 1 + 100x$.

b) aproximación afín de $f(0.001)$.

$$f(0.001) = f\left(\frac{1}{1000}\right) \approx 1 + 100 \cdot \frac{1}{1000} = 1 + \frac{1}{10} = 1{,}1.$$

P2] Derivadas,

$$h(x) = \frac{(x+1)^3(x-1)^3}{(x^2+x+1)^3} = \left(\frac{(x+1)(x-1)}{x^2+x+1}\right)^3 =$$

$$= \left(\frac{x^2-1}{x^2+x+1}\right)^3$$

$$h'(x) = 3\left(\frac{x^2-1}{x^2+x+1}\right)^2 \cdot \left[\frac{x^2-1}{x^2+x+1}\right]'$$

$$= 3\left(\frac{x^2-1}{x^2+x+1}\right)^2 \cdot \frac{[x^2-1]'(x^2+x+1) - (x^2-1)[x^2+x+1]'}{(x^2+x+1)^2}$$

$$= 3\left(\frac{x^2-1}{x^2+x+1}\right)^2 \cdot \frac{2x(x^2+x+1) - (x^2-1)(2x+1)}{(x^2+x+1)^2}$$

b) $$P(t) = \frac{\cos^4(t) - \text{sen}^4(t)}{\cos(t) + \text{sen}(t)} = \frac{\cancelto{1}{(\cos^2(t) + \text{sen}^2(t))}(\cos^2(t) - \text{sen}^2(t))}{\cos(t) + \text{sen}(t)}$$

$$= \frac{\cancel{(\cos(t) + \text{sen}(t))}(\cos(t) - \text{sen}(t))}{\cancel{\cos(t) + \text{sen}(t)}} = \cos(t) - \text{sen}(t).$$

$$\Rightarrow P'(t) = -\text{sen}(t) - \cos(t).$$

P3| a) $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ por $g(x) = \sqrt[3]{\cos(1-x^2)}$. calcular $g'$.

$$g'(x) = \left[\cos^{1/3}(1-x^2)\right]' = \frac{1}{3}\cos^{-2/3}(1-x^2)\left[\cos(1-x^2)\right]'$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\cos^{-2/3}(1-x^2)\cdot\left(-\text{sen}(1-x^2)\right)\left[1-x^2\right]'$$

$$= \cancel{+}\frac{1}{3}\cos^{-2/3}(1-x^2)\,\text{sem}(1-x^2)\cdot\cancel{-}2x$$

$$= \frac{1}{3}\cos^{-2/3}(1-x^2)\,\text{sem}(1-x^2)\cdot 2x.$$

b) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ diferenciable cumple $f(1)=1$, $f'(1)=2$.

Defino $F(x) = f(f((f(x))^2))$. calcular $F'(1)$.

Solución: Por regla de la cadena,

$$F'(x) = f'(f((f(x))^2)) \cdot [f((f(x))^2)]'$$

$$= f'(f((f(x))^2)) \cdot f'((f(x))^2) \cdot [(f(x))^2]'$$

$$= f'(f((f(x))^2)) \cdot f'((f(x))^2) \cdot 2f(x) \cdot f'(x).$$

Así,

$$F'(1) = f'(f(\underbrace{(f(1))^2}_{1})) \cdot f'(\underbrace{(f(1))^2}_{1}) \cdot 2\underbrace{f(1)}_{1} \cdot \underbrace{f'(1)}_{2}$$

$$= f'(\underbrace{f(1)}_{1}) \cdot \underbrace{f'(1)}_{2} \cdot 4$$

$$= \underbrace{f'(1)}_{2} \cdot 8 = 16.$$