



Ayudantía 1
Límites, continuidad y derivadas
26/08/2022

En este taller se abordará la continuidad de una función mediante límites y su derivada aplicando reglas. Además, se aplicará el Teorema del Valor Intermedio (TVI) y el álgebra de funciones continuas para justificar la continuidad de funciones más complicadas.

Objetivos:

- Analizar continuidad de una función definida por partes.
- Aplicar el TVI a un problema de contexto.
- Justificar la continuidad de funciones a partir del álgebra de funciones continuas.
- Aplicar reglas de derivación tales como suma, resta, producto y cociente de funciones.
- Determina la recta tangente al gráfico de una función en un punto de ella.

Ejercicios Propuestos

1. Sea $f:] - 2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x}{x^3 + x^2 - 2x} & , -2 < x < 0 \\ \frac{1}{2} & , x = 0 \\ \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} & , 0 < x < 1 \\ x + 1 & , x \geq 1 \end{cases}$$

- a) Pruebe que f es continua en el punto $x = 0$.
- b) ¿Es f continua en el punto $x = 1$?
- c) Indique los intervalos en donde f es continua. Justifique su respuesta.
2. En un estanque en el cual se deposita cierta cantidad de residuo orgánico, el porcentaje $P(t)$ de oxígeno en el tiempo $t \geq 0$, medido en días, está dado por la fórmula:

$$P(t) = 100 \left(\frac{t^3 + 100t + 1000}{t^3 + 200t + 1000} \right).$$

Demuestre que entre el día 0 y el día 10, en algún instante hubo un 87 por ciento de oxígeno en el estanque.

3. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + 3x + 2$. Encuentre la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto $(0, f(0))$.
4. Suponga que f y g son dos funciones diferenciables en \mathbb{R} , tales que cumplen:

$$f(2) = 1, \quad f'(2) = 4, \quad g(2) = -5, \quad g'(2) = 1.$$

Sea F una nueva función cuya regla de asignación corresponde a $F(x) = \frac{f(x) - g(x)}{4 + f(x) \cdot g(x)}$. Calcule $F'(2)$.

Un Matemático es un quijote moderno que lucha en un mundo real con armas imaginarias.