# Repaso Matemático para Economía

**Profesores:** Manuel Aguilar- Natalia Bernal- José E. Cárdenas P.- Javier Díaz V.- Francisco Leiva S.- Boris Pasten H.- Ignacio Silva N. - Profesor Coordinador: Christian Belmar C.

**Profesor Ayudante Coordinador:** Matias E. Philipp

## 1. Funciones

### 1.1. Concepto de función

Una función es una correspondencia entre dos conjuntos numéricos, de tal forma que a cada elemento del conjunto inicial le corresponde un elemento y sólo uno del conjunto final.

$$f : x \rightarrow y = f(x) \tag{1}$$

La relación descrita en (1) establece que hay dos conjuntos que se relacionan, el de partida donde existen los elementos de "x" y el de llegada donde a cada "x" se le asigna solamente un elemento en "y"

### 1.2. Gráfica de funciones

Para entender el comportamiento de (1) recurrimos a su representación gráfica sobre los ejes cartesianos, en el eje de abscisas (OX) la variable independiente y en el de ordenadas (OY) la independiente; siendo las coordenadas de cada punto de la gráfica: (x, f(x)).

Estudiemos por ejemplo la siguiente función:

$$f(x) = 2x - 3 \tag{2}$$

Para estudiar (2) ocuparemos la siguiente tabla:

En esta tabla se tomaron valores entre 0 y el -2, se evaluaron en (2) y el resultado se

| x | f(x) |
|---|---|
| 0 | -3 |
| 1 | -1 |
| 2 | 1 |
| 3 | 3 |
| -1 | -5 |
| -2 | -7 |

Figura 1.1: Tabla de valores para la función (2)

muestra en la segunda columna. Con este conjunto de puntos se puede establecer entonces

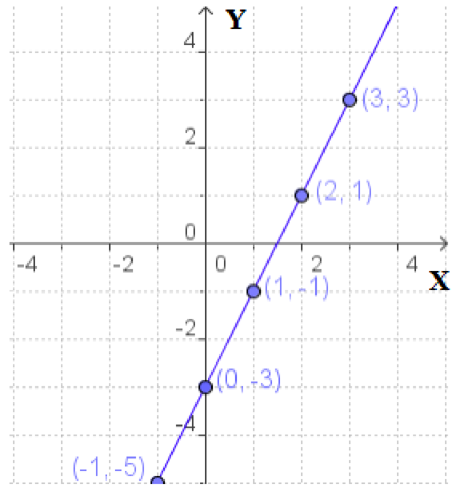


Figura 1.2

la siguiente representación:.

En la 1.2 se muestran los puntos calculados en 1.1 puestos en el plano cartesiano. De esto se pueden desprender dos resultados importantes:

1. Al evaluar la función con $x = 0$ y despejando la incógnita "y" se obtiene el punto donde la función **corta el eje Y**

2. Al evaluar la función en $y = 0$ y despejando la incógnita "x" se obtiene el punto donde la función **corta el eje X**

## 1.3. Áreas bajo la curva

Otra herramienta importante de repasar es el calculo de áreas bajo la curva, específicamente hay que dominar dos formulas:

$$\begin{aligned} \text{Área Triangulo} &= \frac{Base * Altura}{2} \\ \text{Área Rectángulo} &= Lado\,1 * Lado\,2 \end{aligned} \tag{3}$$

**Ejemplo: Caso 1**

Suponga que se enfrenta al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} y &= x + 2 \\ y &= -x + 7 \end{aligned} \tag{4}$$

Al resolver el sistema de ecuaciones con las tecnicas vistas en la ayudantía 1 se obtiene que el punto que lo soluciona es: $(\frac{5}{2}, \frac{9}{2})$, gráficamente esto es: Si se requiere calcular las áreas de

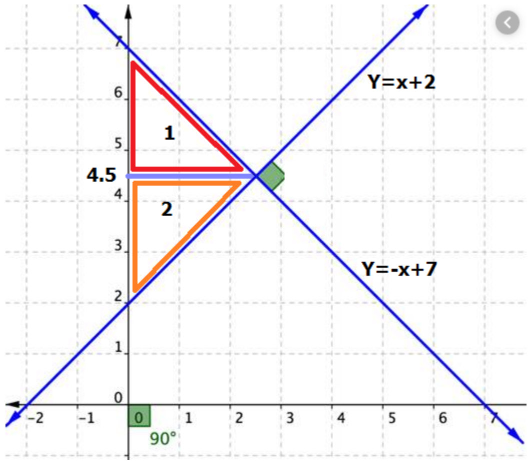


Figura 1.3: Gráfico Sistema de ecuaciones

los triángulos 1 y 2, entonces aplicamos las formulas descritas:

$$\begin{aligned} \text{Área Triangulo 1} &= \frac{Base * Altura}{2} = \frac{(7-4{,}5)*2{,}5}{2} = 3{,}125 \\ \text{Área Triangulo 2} &= \frac{Base * Altura}{2} = \frac{(4{,}5-2)*2{,}5}{2} = 3{,}125 \end{aligned} \tag{5}$$

**Ejemplo: Caso 2**

Suponga ahora el mismo gráfico anterior, pero ahora existe una recta que corta el eje "y" en 3 y es paralela al eje "x". Se requiere calcular el área de las figuras producidas como se muestra en 1.4. Como se observa existen 3 rectángulos (A,B,C) y cuatro triángulos (1,2,3,4). Ponga atención a su ayudante el cual resolverá el calculo de áreas para todas las figuras

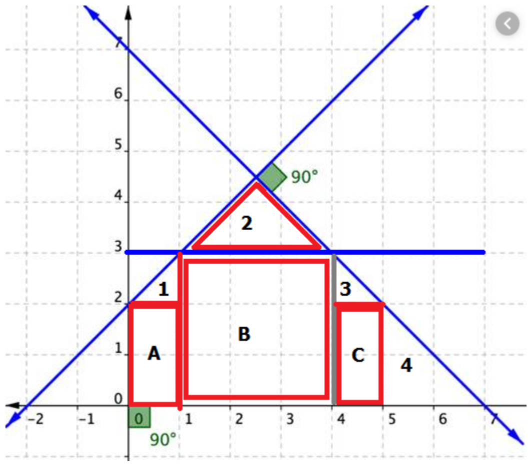


Figura 1.4: Área bajo cota igual a 3

# 2. Ecuación de la recta

Una recta está determinada por su pendiente (m) con sus coordenadas (x1,y1) que corresponde a un punto por donde ésta pasa. Por lo tanto se puede determinar la ecuación que relaciona X e Y con esta información. Si P (x, y) es un punto cualquiera del plano x y:

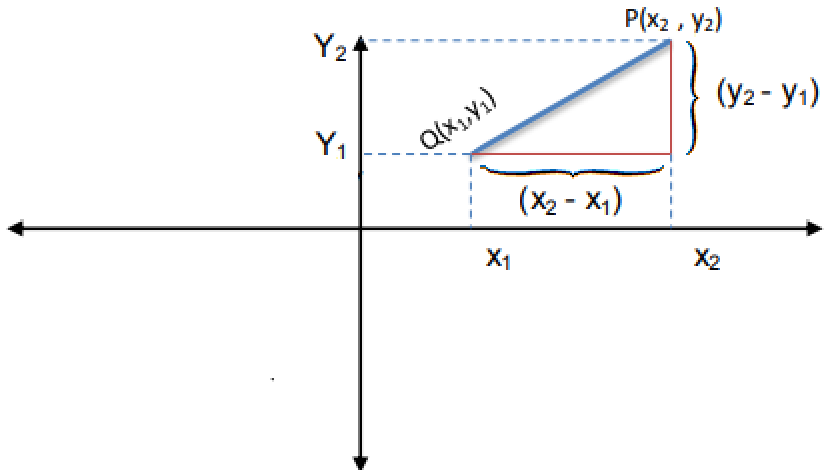


Figura 2.1: Ecuación de la recta determinada por el punto P y Q

La pendiente de la recta que une P con el punto dado Q es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \tag{6}$$

Reordenando los términos de (6) y en particular como se debe cumplir para cualquier par de puntos X e Y, entonces se puede encontrar la ecuación de la recta:

$$(Y - y_1) = m(X - x_1) \tag{7}$$

Por lo tanto dados dos puntos: Q el cual se encuentra en $x_1$ e $y_1$ y P localizado en $x_2$ e $y_2$, se sigue el siguiente procedimiento:

1. Se calcula la pendiente con la ecuación (6)
2. Luego se introduce m en (7) y se utiliza cualquier par de puntos P o Q, se deja el X e Y intacto.
3. Se despeja Y y se encuentra la ecuación.

# 3. Métodos de solución para sistemas de ecuaciones

Un sistema de ecuaciones se define como un conjunto de ecuaciones las cuales están relacionadas por medio de alguna variable.

$$\begin{aligned} ax + by &= c \\ dx + ey &= f \end{aligned}$$

Donde $x$ e $y$ son incognitas, mientras que a,b,c,d,e y f son generalmente números reales ($\Re$). Para solucionar este tipo de problemas se recurre a alguno de estos tres métodos:

a) **MÉTODO DE SUSTITUCIÓN.**

1. Se despeja una incógnita de una ecuación (la que te parezca más fácil de despejar)
2. Se sustituye en la otra ecuación, quedando una ecuación de primer grado.
3. Se resuelve la ecuación.
4. El valor obtenido para la incógnita lo sustituyes en una de las ecuaciones y operando sacas la otra.

b) **MÉTODO DE IGUALACIÓN**

1. Se despeja la misma incógnita de las dos ecuaciones (la que te parezca más fácil de despejar)
2. Se igualan las expresiones quedando una ecuación con una incógnita
3. Se resuelve la ecuación.
4. El valor obtenido para la incógnita lo sustituyes en una de las ecuaciones y operando sacas la otra. También se puede sustituir en una de las dos ecuaciones obtenidas en el punto 1.

c) **MÉTODO DE REDUCCIÓN**

1. Se elige la incógnita (la que te parezca más fácil)
2. Se hace que los coeficientes de dicha incógnita en las dos ecuaciones sean opuestos.
3. Se suman las dos ecuaciones quedando una ecuación con una incógnita que se resuelve.
4. Se sustituye en cualquiera de las dos ecuaciones.

# 4. Elasticidad[1]

La elasticidad es un término matemático que describe como una variable ($x$) descrita porcentualmente varía cuando la otra ($y$) crece un 1 %, esto es:

$$\varepsilon_{x,y} = \frac{\Delta \%x}{\Delta \%y} \tag{8}$$

Los términos del lado derecho de (8) corresponden a variaciones porcentuales, es decir:

$$\Delta \%x = \frac{\Delta x}{x}$$
$$\Delta \%y = \frac{\Delta y}{y}$$

Ahora si reemplazamos estos términos en (8) obtenemos lo siguiente:

$$\varepsilon_{x,y} = \frac{\Delta \%x}{\Delta \%y}$$
$$\varepsilon_{x,y} = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta y}{y}}$$

Al aplicar propiedades de funciones se obtiene:

$$\varepsilon_{x,y} = \frac{\Delta x}{\Delta y}\frac{y}{x} \tag{9}$$

La ecuación (9) es muy importante, dado que nos explica que las elasticidad se puede describir en términos de la pendiente de una ecuación. Por ejemplo, considere la ecuación:

$$y = mx + n$$

Usted sabe que la pendiente de una ecuación de la recta es m, la que puede ser calculada como:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

invirtiendo esta ecuación, es fácil ver que

$$\frac{1}{m} = \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

Si reemplazamos esto en en (2) obtenemos la interpretación de la pendiente:

$$\varepsilon_{x,y} = \frac{1}{m}\frac{y}{x} \tag{10}$$

[1]**Importante:** La parte de elasticidad no será evaluada hasta la clase 8, pero se agrega en este repaso para que le sea útil al estudiante en el momento que este tópico sea cubierto

**Importante:** note que (10) fue construido basandose en la ecuación de la recta. Es decir, se debe ser sumamente cuidadoso al momento de tener en cuenta las pendientes. Es por esto que se debe tener en cuenta que:

En el caso de que se pregunte por la elasticidad precio de una ecuación, están preguntando por:

$$\varepsilon_{Q,P} = \frac{\Delta\,\%Q}{\Delta\,\%P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P}\frac{P}{Q} \tag{11}$$

y se tendrá dos casos según la variable que se encuentre despejada:

1. Si la ecuación es del tipo $Q = mP + n$, la pendiente es $m = \frac{\Delta Q}{\Delta P}$. Por lo tanto basta con reemplazar el coeficiente que acompaña a P en la elasticidad.

$$\varepsilon_{Q,P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P}\frac{P}{Q} = m\frac{P}{Q} \tag{12}$$

2. Si la ecuación es del tipo $P = mQ + n$, la pendiente de esta ecuación es $m = \frac{\Delta P}{\Delta Q}$ por lo tanto debo reemplazar por $\frac{1}{m}$

$$\varepsilon_{Q,P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P}\frac{P}{Q} = \frac{1}{\frac{\Delta P}{\Delta Q}}\frac{P}{Q} = \frac{1}{m}\frac{P}{Q} \tag{13}$$

No utilice memoria para estas cosas sino la lógica detrás de cada uno de los cálculos. Rehaga este repaso usted a mano y vaya calculando las diferentes elasticidades ocupando los razonamientos aprendidos.