



Taller de ayudantía 8
Funciones
28/05/2020

En este taller seguiremos trabajando algunos conceptos vistos de funciones y agregaremos otros nuevos, como la construcción de nuevas funciones a partir de otras, estableciendo su dominio, codominio y regla de asignación, y la construcción de la función inversa de una función biyectiva. Además, expresaremos ciertas funciones en su forma canónica para establecer propiedades de ella y así relacionarlas con su representación gráfica. También resolveremos problemas en situaciones contextualizadas

Objetivos:

- Determinar el conjunto imagen de una función e indicar si una función es acotada.
- Esbozar el gráfico de una función cuadrática y racional, utilizando su forma canónica.
- A partir de ciertas funciones, definir otras funciones mediante operaciones entre ellas.
- Deducir e interpretar información de un problema contextualizado aplicando el modelo racional.
- Decidir si una función es invertible y encontrar su función inversa.
- Comparar el gráfico de una función con el de su inversa.

Ejercicios Propuestos

1. Considere las funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = 2x + 1$, y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $g(x) = x^2 - 1$.
 - a) Determine las funciones $f + g$, fg y f/g .
 - b) Determine el dominio de la función $f \circ g$ y calcule $(f \circ g)(x)$. ¿Existe $f(g(3))$?
 - c) Determine el dominio de la función $g \circ f$ y calcule $(g \circ f)(x)$. ¿Existe $g(f(2))$?
 - d) Discuta si las funciones $f \circ g$ y $g \circ f$ son iguales.
2. Un determinado fármaco que regula la temperatura corporal se inyecta por vía muscular. Su efecto, en horas, depende de la dosis x , en miligramos, según el modelo $E(x) = \frac{74x}{8x + 3}$, con $x \geq 0$.
 - a) Expresé el modelo en su forma canónica y represéntelo gráficamente.
 - b) ¿Qué rango de dosis se requiere para que el fármaco tenga efecto entre 4 y 8 horas?
 - c) ¿Diría usted que a medida que aumenta la dosis, aumenta el tiempo de efectividad del fármaco?

3. Considere la función cuadrática $f:]-\infty, 1] \rightarrow [4, +\infty[$ dada por la fórmula

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - 3x + \frac{13}{2}.$$

- a) Encuentre la forma canónica de f y úsela para graficar esta función.
- b) Encuentre el conjunto imagen $\text{Im}(f)$ de f .
- c) ¿Tiene f máximo y/o mínimo?
- d) Verifique que la función f es biyectiva.
- e) Encuentre la función inversa f^{-1} de f , y gráfíquela.

“¿Por qué son hermosos los números? Es como preguntar por qué es hermosa la Novena Sinfonía de Beethoven. Si usted no ve por qué, nadie podrá decírselo. Sé que los números son hermosos. Si no son hermosos, nada lo es.” – Paul Erdős