



Taller de Ayudantía 6 Integral definida y Primitivas

13/11/2020

En este taller, calcularemos primitivas de funciones sencillas. También, dada la derivada de una función y su valor en un punto fijo, determinaremos la función; por ejemplo, a partir de la aceleración de un objeto, conociendo su velocidad y posición iniciales, obtendremos su velocidad y su posición en cualquier instante de tiempo (Velocidad y posición instantánea, respectivamente). Por otro lado, calcularemos integrales definidas aplicando el Teorema Fundamental del Cálculo.

Objetivos:

1. Calcular primitivas de funciones básicas.
2. Aplicar el Teorema Fundamental del Cálculo para calcular integrales definidas.
3. Encontrar la única función f que satisface las condiciones $f'(x) = g(x)$ y $f(x_0) = y_0$.

Ejercicios Propuestos

1. Calcule:

a) $\int (3x^{-3} + \sqrt{x^5} - 2x^{2/3}) dx$

b) $\int z\sqrt{9 - z^2} dz$

c) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{yx^2 + y^3 \cos(x)}{y^{\frac{1}{2}}} dx$, donde y es constante.

2. Determine una función F que satisfaga $F'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ y $F(0) = \frac{2}{3}$.
3. Una partícula se mueve sobre una línea recta y en línea recta. Se sabe que su aceleración para $t \geq 0$ está dada por la función $x''(t) := a(t) = \frac{\pi}{2} \sin(\pi t)$, donde t está medida en $[s]$ y la aceleración en $[m/s^2]$.
 - (i) Si se sabe que la velocidad inicial de la partícula fue $\frac{1}{4} \left[\frac{m}{s} \right]$, encuentre la velocidad instantánea $x'(t) := v(t)$.

- (ii) Encuentre el desplazamiento de la partícula durante el periodo de tiempo $0 \leq t \leq 1$.
- (iii) Si se sabe que la posición inicial de la partícula fue 5[m], encuentre la posición instantánea $x(t)$.
- (iv) Demuestre que

$$a(t) + \pi^2 (x(t) - 5) = \frac{3}{4}\pi^2 t.$$