P1| $h(t) = t^4 - 2t^2 + 2 \quad t \in [-2,2].$ ①

a) Determine puntos críticos de h.

$h'(t) = 4t^3 - 4t$

si imponemos $h'(t)=0$, obtenemos

$$4t^3 - 4t = 0 \iff 4t(t^2-4) = 0$$

$$\iff t(t+2)(t-2) = 0 \implies t \in \{0,-2,2\}$$

No hay más ptos críticos dado que los extremos del dominio ya están considerados

evaluando: $h(0) = 2 \mid h(-2) = (-2)^4 - 2\cdot(-2)^2 + 2$

$$= 16 - 8 + 2 = 10$$

$h(2) = 2^4 - 2\cdot 2^2 + 2 = 10.$

Así, su valor máximo es 10 y el mínimo es 2.

P2| a) $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2} \quad (x \neq 0)$

$$g'(x) = \frac{1\cdot x^2 - (x-1)\cdot 2x}{x^{\cancel{4}3}} = \frac{x - 2(x-1)}{x^3} = \frac{2-x}{x^3}$$

Analicemos signos: PC: $x = 2 \mid x = 0$

	$-\infty$	0		2	∞
$2-x$	$+$		$+$	0	$-$
x^3	$-$	0	$+$		$+$

$\implies g'(x) \geq 0$ si $x \in]0,2]$

$g'(x) \leq 0$ si $x \in]-\infty,0[\cup [2,\infty[$

Luego, g creciente en $]0,2]$ y decreciente en $]-\infty,0[\cup[2,\infty[$.

Para los extremos locales, notamos que $g'(x)=0$ solo en $x=2$. Para clasificarlo, obtenemos g'':

$$g''(x)=\frac{-1\cdot \cancel{x^3}-(2-x)\cdot 3\cancel{x^2}}{x^{\cancel{6}4}}=\frac{3(x-2)-x}{x^4}$$

$$=\frac{2x-6}{x^4}$$ De modo que

$$g''(2)=\frac{4-6}{16}=\frac{-2}{16}=\frac{-1}{8}<0$$

Luego, $x=2$ corresponde a un máximo local de g.

b) $h(x)=x(1-x)^{2/3}$ $x<1$

$$h'(x)=1\cdot(1-x)^{2/3}+x\cdot\frac{2}{3}(1-x)^{-1/3}\cdot(-1)$$

$$=\sqrt[3]{(1-x)^2}-\frac{2x}{3\cdot\sqrt[3]{1-x}}$$

imponiendo $h'(x)=0$, obtenemos

$$\sqrt[3]{(1-x)^2}=\frac{2x}{3\cdot\sqrt[3]{1-x}}\quad /\cdot\sqrt[3]{(1-x)}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{(1-x)^2} = \frac{2x}{3}$$

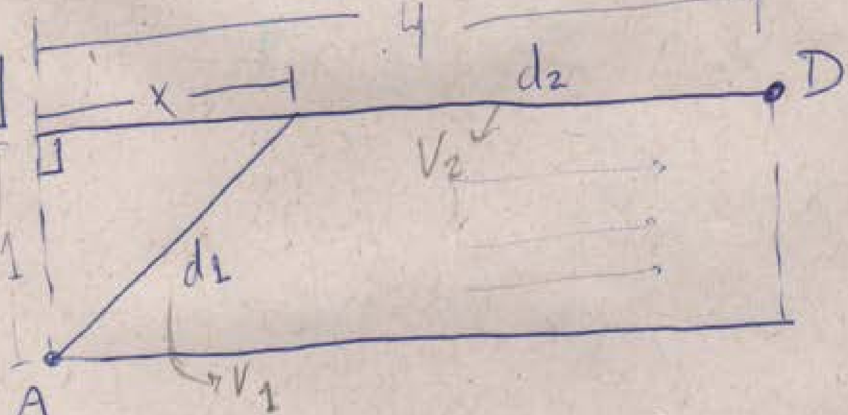
$$\Rightarrow 1 - x = \frac{2x}{3} \Rightarrow 1 = \frac{5x}{3} \Rightarrow x = \frac{3}{5}$$

luego, vemos que $h'(x) \geq 0$ para $x \leq \frac{3}{5}$ y $h'(x) \leq 0$ para $x \in [3/5, 1[$.

Así, h creciente en $]-\infty, 3/5]$ y decreciente en $[3/5, 1[$.

Por lo que $x = \frac{3}{5}$ corresponde a un máximo.

P3)



$$V = \frac{d}{t} \Rightarrow t = \frac{d}{V}$$

a) sabemos

$$t_{total} = t_1 + t_2 = \frac{d_1}{V_1} + \frac{d_2}{V_2} = \frac{\sqrt{1+x^2}}{4} + \frac{4-x}{10}$$

luego, el tiempo (en horas) viene dado por

$$T(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{4} + \frac{4-x}{10}$$

b) Para obtener los puntos críticos, hacemos $T'(x)$: (4)

$$T'(x) = \frac{1}{4}\frac{1}{\cancel{2}\sqrt{1+x^2}}\cancel{2}x + \frac{1}{10}\cdot -1$$

$$= \frac{x}{4\sqrt{1+x^2}} - \frac{1}{10}$$

imponiendo $T'(x)=0$, obtenemos

$$\frac{x}{4\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{10} \iff \overset{5}{\cancel{10}}x = \overset{2}{\cancel{4}}\sqrt{1+x^2} \quad (\;)^2$$

$$\iff 25x^2 = 4(1+x^2) \iff 25x^2 = 4+4x^2$$

$$\iff 21x^2 = 4 \implies x = \pm\sqrt{\frac{4}{21}} \text{ pero } x \geq 0,$$

necesariamente, $x = \sqrt{\frac{4}{21}}$

los puntos críticos son, por lo tanto

$$\left\{0, \frac{2}{\sqrt{21}}, 4\right\}$$

notamos que $T'(0) = -\frac{1}{10} < 0$ y $T'(4) = \frac{\cancel{4}}{\cancel{4}\sqrt{17}} - \frac{1}{100}$

$= \frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{1}{\sqrt{100}} > 0$ por lo que T' pasa de $(-)$

a $(+)$. Así que T pasa de decreciente a creciente

$\therefore \frac{2}{\sqrt{21}}$ es un mínimo //