



Taller de ayudantía 1
Asíntotas verticales,
continuidad y TVI
25/09/2020

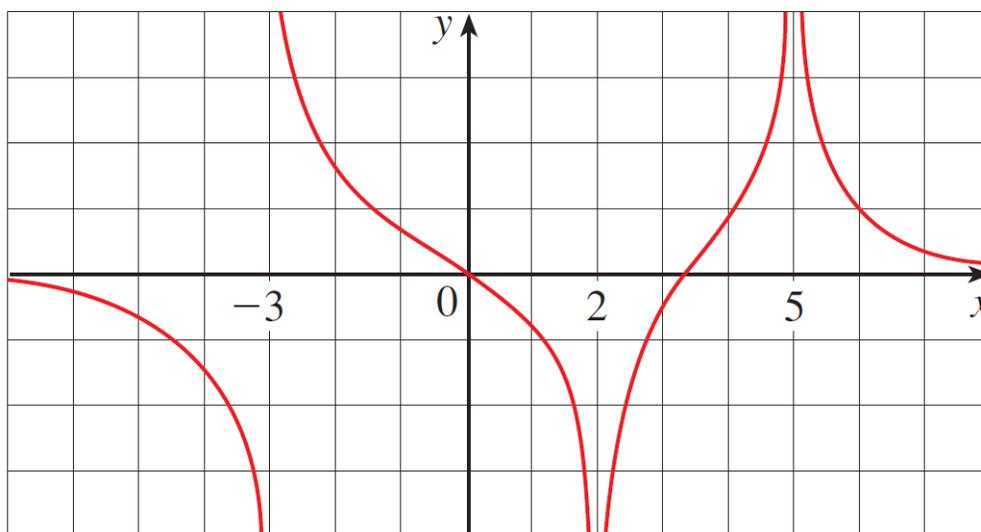
En este taller se repasarán los conceptos de continuidad y de asíntota vertical de una función. Además, se aplicará el Teorema del Valor Intermedio (TVI).

Objetivos:

- Analizar el gráfico de una función utilizando los conceptos de continuidad y de asíntota vertical.
- Calcular asíntotas verticales de funciones racionales.
- Analizar continuidad y asíntotas verticales de una función definida por partes.
- Aplicar el TVI a un problema de contexto.

Ejercicios Propuestos

1. El siguiente dibujo representa el gráfico de una función $f : \mathbb{R} \setminus \{-3, 2, 5\} \rightarrow \mathbb{R}$.



- Indique los intervalos en donde f es continua.
- Encuentre los límites laterales en los puntos -3 , 2 y 5 .
- Encuentre las ecuaciones de las asíntotas verticales de f .

2. Para cada una de las funciones racionales

$$a) f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$$

$$b) g(x) = \frac{3}{x^2 + 2x + 1}$$

$$c) h(x) = \frac{(1-x)(x+2)}{x^3 + 3x^2 - 4x}$$

resuelva lo que sigue:

- Encuentre su dominio.
- Calcule los límites laterales en los puntos que no pertenecen al dominio.
- Encuentre las asíntotas verticales.

3. Sea $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por partes como

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x+2}, & x < -2, \\ 2x-2, & -2 \leq x < 2, \\ 2, & x = 2, \\ \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x-2}, & x > 2. \end{cases}$$

- a) Justifique por qué g es continua en los intervalos abiertos $] - \infty, -2[$, $] - 2, 2[$, y $]2, +\infty[$.
- b) Calcule los valores $g(-2)$ y $g(2)$.
- c) Demuestre que g es continua en $x = 2$.
- d) Calcule el límite $\lim_{x \rightarrow -2^-} g(x)$ e interprete como asíntota vertical de g .

4. En un estanque en el cual se deposita cierta cantidad de residuo orgánico, el porcentaje $P(t)$ de oxígeno en el tiempo $t \geq 0$, medido en días, está dado por la fórmula:

$$P(t) = 100 \left(\frac{t^3 + 100t + 1000}{t^3 + 200t + 1000} \right).$$

Demuestre que entre el día 0 y el día 10, en algún instante hubo un 87 por ciento de oxígeno en el estanque.