**Universidad de Chile**
**Programa de Bachillerato**
**Matemáticas 2**
**Segundo semestre de 2020**

# Taller de ayudantía 8
# Funciones logaritmo y exponencial
**27/11/2020**

En este taller se estudiarán las funciónes exponencial y logaritmo, y algunas de sus aplicaciones.

**Objetivos:**

- Analizar funciones con exponenciales y logaritmos en sus fórmulas.
- Manejar algebraicamente exponentes y logaritmos.
- Modelar y analizar un problema de crecimiento exponencial.
- Resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas sencillas.

## Ejercicios Propuestos

1. Considere la función $f\colon\, ]0,+\infty[ \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$.

   *a*) Analice la monotonía de $f$.

   *b*) Concluya que $\pi^e < e^\pi$. (Verifique esta desigualdad con una calculadora.)

   *c*) Calcule la asíntota horizontal de $f$.

2. Una población de bacterias inicia con 100 de éstas, y la población se duplica cada 3 horas. Llame $P(t)$ a la cantidad de bacterias en el instante $t \geq 0$ medido en horas.

   *a*) Muestre que una fórmula razonable para $P(t)$, donde $t$ es una variable continua, es
   $$P(t) = 100 \cdot 2^{t/3}.$$

   *b*) ¿Cuántas horas deben transcurrir para que la población de bacterias sea igual a 800?

   *c*) Encuentre una función que modele la velocidad de crecimiento de la población de bacterias. ¿Cuál será esta velocidad a las 9 horas?

   *d*) Encuentre la función inversa de $P$ y explique su significado.

3. Para $n \in \mathbb{N}$ podemos calcular sin problemas el número $g(n) = n^n$; por ejemplo, $g(1) = 1$, $g(3) = 27$ y $g(10) = 10\,000\,000\,000$.

   *a*) ¿Cómo definiría $g(x) = x^x$ para cualquier número real $x > 0$?

   *b*) Calcule el mínimo global de la función $g$.

   *c*) Calcule $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$.