



## Taller de ayudantía 4

### Monotonía. Máximos y mínimos locales y globales.

16/10/2020

En este taller, para una función continua definida en un intervalo o en una unión de éstos, determinaremos los posibles puntos donde la función alcanza su valor máximo y donde alcanza su valor mínimo. Aplicaremos el criterio de la primera derivada para determinar los intervalos donde la función es creciente y los intervalos donde es decreciente. Además utilizaremos este criterio para determinar los extremos locales de la función. Finalmente, aplicaremos estas herramientas para resolver un problema contextualizado.

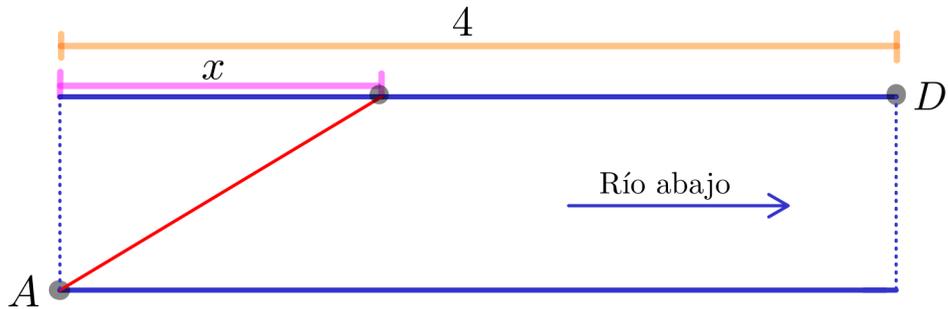
#### Objetivos:

- Determinar los puntos críticos de una función continua en un intervalo cerrado.
- Analizar los puntos críticos para determinar el valor máximo y el valor mínimo de la función.
- Aplicar el criterio de la primera derivada para determinar los intervalos de monotonía de la función y/o sus extremos locales.
- Modelar un problema contextualizado de optimización y resolverlo.

#### Ejercicios Propuestos

1. Sea  $h(t) = t^4 - 2t^2 + 2$ ,  $t \in [-2, 2]$ .
  - a) Determine los puntos críticos de  $h$ .
  - b) Determine su valor máximo y su valor mínimo.
2. Para cada una de las siguientes funciones determine los intervalos donde es creciente, los intervalos donde es decreciente, y sus extremos locales.
  - a)  $g(x) = \frac{x-1}{x^2}$ ,  $x \neq 0$ .
  - b)  $h(x) = x(1-x)^{\frac{2}{3}}$ ,  $x < 1$ .
3. Andy quiere cruzar un río que tiene un ancho de 1 [km] a fin de alcanzar un punto  $D$  a 4 [km] río abajo. El puede nadar a 4 [km/hora] y correr a 10 [km/hora]. Suponiendo que Andy comienza nadando hacia un punto a  $x$  [km] río abajo del punto  $A$  de donde parte, responda:
  - a) Determine el tiempo  $T$ , en función de  $x$ , que Andy se demora en llegar de  $A$  a  $D$ .
  - b) Determine los puntos críticos de  $T$ .

- c) Determine los intervalos donde  $T$  es creciente y los intervalos donde es decreciente.
- d) Determine el valor de  $x$  para el cual Andy llegará más rápido a su destino, y determine el tiempo que demorará.



### Ejercicio Opcional

Considere la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , tal que  $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{2x^2 + 1}$ . Determine los intervalos donde  $f$  es creciente, los intervalos donde es decreciente, y sus extremos locales.