Universidad de Chile
Programa de Bachillerato
Matemáticas 2
2*o*. semestre de 2020

Taller de ayudantía 3
Reglas de derivación y regla de L'Hôpital

09/10/2020

En este taller, calcularemos la derivada de ciertas funciones utilizando las reglas de derivación. Además, aplicando correctamente la regla de L'Hopital, determinaremos el valor de algunos límites. Finalmente, entenderemos la derivada como una razón de cambio para resolver un problema contextualizado.

Objetivos:

- Derivar funciones aplicando las reglas de derivación.
- Aplicar la regla de L'Hopital en ejercicios de límites.
- Aplicar la derivada como la razón de cambio de una función.

Ejercicios Propuestos

1. Calcule la primera derivada de las siguientes funciones:

   a) $g(x) = \dfrac{(x^2+x)\sqrt[3]{\operatorname{sen}(x)}}{1+x+x^2}$.

   b) $h(x) = \dfrac{\cos^4(x) - \operatorname{sen}^4(x)}{\cos(x) + \operatorname{sen}(x)}$.

   c) $I(x) = \dfrac{(x+1)^3(x^2+1)^3 \operatorname{arc\,sen}(\frac{1}{x})}{(x^3+x^2+x+1)^3(x-1)^2}$.

2. Calcule los siguientes límites:

   a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \left(\frac{3x^3-2x^2+x-1}{7x^3-x^2+5}\right)$.

   b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x(\sqrt{1+x^2}-x)$.

   c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{sen}(x)}\right)$.

   d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(x^2)}{x^4}$.

3. Al arrojar una piedra a un estanque de agua tranquila se forman ondas circulares concéntricas cuyos radios aumentan de longitud al paso del tiempo. Cuando la onda exterior tiene un radio de 3 m, éste aumenta a una rapidez (velocidad) de 50 [cm/s]. ¿A qué rapidez (velocidad) aumenta el área del círculo formado por dicha onda?

   Hint: El perímetro y área de una circunferencia de radio variable con respecto al tiempo $R(t)$ están dados por las fórmulas $2\pi R(t)$ y $\pi(R(t))^2$, respectivamente.

Ejercicios Opcionales

a) $\displaystyle \lim_{x\to 7} \frac{1-\sqrt{1-(x-7)^2}}{(x-7)^2}$.

b) Considere la función $f\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$, tal que $f(x) = \dfrac{4x^2-1}{2x^2+1}$.
   Calcule, si es que existen, asíntotas horizontales para la función f y f', respectivamente.