Universidad de Chile
Programa de Bachillerato
Matemáticas 2
Segundo semestre de 2020

Taller de ayudantía 2
Aproximación afín y reglas de derivación

02/10/2020

En este taller trabajaremos con la definición de recta tangente para aproximar numéricamente el valor de alguna función en un punto dado. Posteriormente aplicaremos las reglas de derivación para obtener la derivada de una función que se compone aritméticamente de otras. Finalmente, aplicaremos la regla de la cadena para encontrar la función derivada de una función que corresponde a la composición de otra(s) función(es) dada.

Objetivos:

- Interpretar la definición de la recta tangente a la gráfica de una función en un punto como una herramienta para encontrar una aproximación numérica.
- Aplicar las reglas de derivación para obtener la derivada de una función en un punto dado.
- Identificar las funciones de las que se compone una función dada para aplicar la regla de la cadena y encontrar su función derivada.

Ejercicios Propuestos

1. Considere la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (1+x)^{100}$.

   a) Encuentre la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto $(0, f(0))$.

   b) Utilice aproximación afín para estimar numéricamente el valor de $f(0{,}001)$.

2. Suponga que f y g son dos funciones diferenciables en $\mathbb{R}$, tales que cumplen:

   $$f(2) = 1, \qquad f'(2) = 4, \qquad g(2) = -5, \qquad g'(2) = 1.$$

   Sea F una nueva función cuya regla de asignación corresponde a

   $$F(x) = \frac{f(x) - g(x)}{4 + f(x) \cdot g(x)}.$$

   Calcule $F'(2)$.

3. *a)* Sea $f(x) = \sqrt[3]{\cos(1-x^2)}$. Encuentre funciones f_1, f_2, f_3 de tal manera que $f = f_1 \circ f_2 \circ f_3$. Luego, aplique la regla de la cadena para determinar la función derivada de f.

   b) Sea f una función diferenciable en $\mathbb{R}$ que cumple $f(1) = 1$ y $f'(1) = 2$. Sea G la función definida por $G(x) = f\Big(f\Big((f(x))^2\Big)\Big)$. Calcule $G'(1)$.