



Economía

Profesores :Manuel Aguilar- Natalia Bernal- José E. Cárdenas P.- Francisco Leiva S.-
Boris Pasten H.- Ignacio Silva N. - Profesor Coordinador: Christian Belmar C.

Profesores Ayudantes: Lukas Benavides B.- Sebastian Inostroza -Jeffrey Morales - Alex den
Braber J. - Bárbara Rivera G.- Profesor Ayudante Coordinador: Matias E. Philipp

Ayudantía 2

1. Resumen Matemático: Funciones

1.1. Concepto de función

Una función es una correspondencia entre dos conjuntos numéricos, de tal forma que a cada elemento del conjunto inicial le corresponde un elemento y sólo uno del conjunto final.

$$f : x \rightarrow y = f(x) \quad (1)$$

La relación descrita en (1) establece que hay dos conjuntos que se relacionan, el de partida donde existen los elementos de “x” y el de llegada donde a cada “x” se le asigna solamente un elemento en “y”

1.2. Gráfica de funciones

Para entender el comportamiento de (1) recurrimos a su representación gráfica sobre los ejes cartesianos, en el eje de abscisas (OX) la variable independiente y en el de ordenadas (OY) la dependiente; siendo las coordenadas de cada punto de la gráfica: (x, f(x)).

Estudiemos por ejemplo la siguiente función:

$$f(x) = 2x - 3 \quad (2)$$

Para estudiar (2) ocuparemos la siguiente tabla:

En esta tabla se tomaron valores entre 0 y el -2, se evaluaron en (2) y el resultado se

x	f(x)
0	-3
1	-1
2	1
3	3
-1	-5
-2	-7

Figura 1.1: Tabla de valores para la función (2)

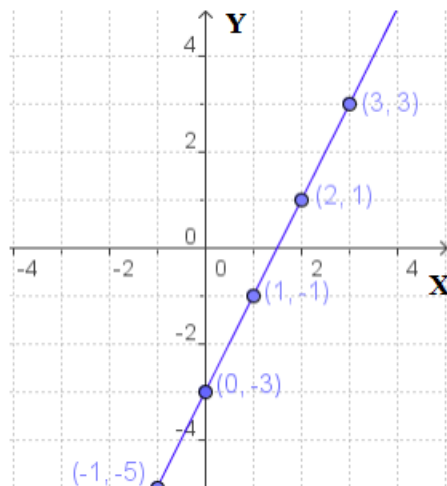


Figura 1.2

muestra en la segunda columna. Con este conjunto de puntos se puede establecer entonces la siguiente representación:

En la 1.2 se muestran los puntos calculados en 1.1 puestos en el plano cartesiano. De esto se pueden desprender dos resultados importantes:

1. Al evaluar la función con $x = 0$ y despejando la incógnita “y” se obtiene el punto donde la función **corta el eje Y**
2. Al evaluar la función en $y = 0$ y despejando la incógnita “x” se obtiene el punto donde la función **corta el eje X**

1.3. Áreas bajo la curva

Otra herramienta importante de repasar es el calculo de áreas bajo la curva, específicamente hay que dominar dos formulas:

$$\begin{aligned}\text{Área Triangulo} &= \frac{\text{Base} * \text{Altura}}{2} \\ \text{Área Rectángulo} &= \text{Lado 1} * \text{Lado 2}\end{aligned}\tag{3}$$

Ejemplo: Caso 1

Suponga que se enfrenta al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}y &= x + 2 \\ y &= -x + 7\end{aligned}\tag{4}$$

Al resolver el sistema de ecuaciones con las tecnicas vistas en la ayudantía 1 se obtiene que el punto que lo soluciona es: $(\frac{5}{2}, \frac{9}{2})$, gráficamente esto es: Si se requiere calcular las áreas de

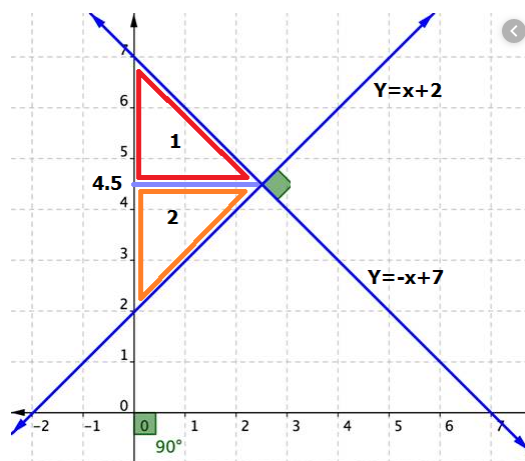


Figura 1.3: Gráfico Sistema de ecuaciones

los triángulos 1 y 2, entonces aplicamos las formulas descritas:

$$\begin{aligned} \text{Área Triangulo 1} &= \frac{\text{Base} * \text{Altura}}{2} = \frac{(7 - 4,5) * 2,5}{2} = 3,125 \\ \text{Área Triangulo 2} &= \frac{\text{Base} * \text{Altura}}{2} = \frac{(4,5 - 2) * 2,5}{2} = 3,125 \end{aligned} \quad (5)$$

Ejemplo: Caso 2

Suponga ahora el mismo gráfico anterior, pero ahora existe una recta que corta el eje “y” en 3 y es paralela al eje “x”. Se requiere calcular el área de las figuras producidas como se muestra en 1.4. Como se observa existen 3 rectángulos (A,B,C) y cuatro triángulos (1,2,3,4). Ponga atención a su ayudante el cual resolverá el calculo de áreas para todas las figuras

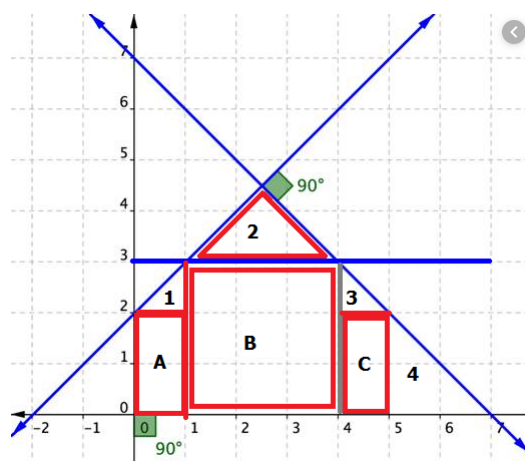


Figura 1.4: Área bajo cota igual a 3



2. Materia: Análisis costo Beneficio

2.1. Comentes:

- a. Suponga que usted se desempeña como voluntario haciendo clases de educación cívica a estudiantes de colegios vulnerables. ¿Tiene algún costo de oportunidad asociado a dicha actividad? ¿Cuál?

Respuesta: La labor de voluntario sí posee costo de oportunidad. En este caso, dicho costo sería el tiempo dedicado a las clases de educación cívica, el cual podría ocupar en algún trabajo remunerado.

- b. Al momento de comprar un auto siempre se debe considerar el total de su valor como costo hundido, ya que no puede recuperar la inversión realizada.

Respuesta: Falso, si bien es cierto que al momento de comprar un auto se incurre en un costo hundido, no es correcto afirmar que todo su valor es equivalente a este costo. Existe la opción de vender el auto, lo que permite recuperar parte de la inversión realizada, entonces la diferencia entre el valor de compra y el de venta es lo que se denomina costo hundido.

Sí existen costos hundidos que son totales, como el pago de entradas en algún evento que no se asistió, evaluaciones previas de proyectos que no se llevaron a cabo, gastos en marketing, software de empresas, etc., donde no es posible recuperar el gasto que se llevó a cabo.

- c. Suponga que perdió un año de estudio, lo cual generó que incurriera en un costo de \$X. Este año debe tomar la decisión de continuar sus estudios o trabajar de forma remunerada. Dado que ya ha perdido un año de estudio, lo cual fue costoso, siempre será más beneficioso trabajar.

Respuesta: Falso, es relevante considerar que el costo \$X, asociado a la pérdida de un año de estudio, es un costo hundido ya que no puede recuperar el tiempo y este no debe ser considerado al momento de tomar una decisión. Lo que sí debe considerar es el costo de oportunidad entre trabajar o estudiar, qué beneficios y costos representa para usted cada una de las opciones y con esa información elegir qué camino seguir.

- d. El beneficio y costo marginal de los bienes es constante independiente del contexto en el que se encuentre un individuo.



Respuesta: Falso, el beneficio y costo marginal depende del contexto (cantidad de recursos, preferencias, entre otros). El ejemplo más común de esta situación es los diamantes y el agua. Los diamantes son un bien que no es vital para el humano, pero es escaso, por lo que en un contexto "normal", una unidad más le genera un beneficio marginal mayor que el agua que sí es necesaria para vivir, pero que es un bien más abundante.

Si el contexto de análisis cambia, y el mismo individuo se encuentra en el desierto su valoración cambiará, el agua se volverá escasa, por lo que el beneficio de tener una porción más de agua aumenta.

Un ejemplo más cotidiano de esta situación es el beneficio marginal o costo marginal que representa una hora más de sueño para un estudiante. Una hora más de sueño en período de vacaciones (asumiendo que se encuentran descansados) no representa el mismo beneficio que si la hora extra fuese a final de semestre.

3. Ejercicios matemáticos: Área bajo la recta

1. Encuentre el área de los dos triángulos que se forman al graficar estos sistemas de ecuaciones

$$P + 3Q = 160 \quad (6)$$

$$P = 5Q \quad (7)$$

Para poder calcular el área de los dos triángulos que se forman cuando interaccionan estas 2 ecuaciones, debemos encontrar los puntos de equilibrio, o su punto de intersección.

Es por ello que procedemos a resolver el sistema de ecuaciones:

Tomamos la ecuación 7 y la incorporamos en la ecuación 6

$$5Q + 3Q = 160$$

$$8Q = 160$$

$$Q^* = 20$$

Una vez calculada una de las incógnitas, la reemplazamos en cualquiera de las ecuaciones en cuestión, en este caso utilizaremos la ecuación 7:



$$P = 5(Q^*)$$

$$P = 5 * (20)$$

$$P^* = 100$$

Con este resultado podemos calcular el área de los triángulos bajo la recta:

Triángulo 1

$$\begin{aligned} & \frac{(160 - P^*) * Q^*}{2} \\ & \frac{(160 - 100) * 20}{2} \\ & \frac{(60) * 20}{2} \\ & \frac{1200}{2} = 600 \end{aligned}$$

Triángulo 2

$$\begin{aligned} & \frac{(P^* - 0) * Q^*}{2} \\ & \frac{(100) * 20}{2} \\ & \frac{(2000)}{2} = 1000 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el área del **Triángulo 1** es **600** y el área del **Triángulo 2** es **1000**

$$P + 2Q = 100 \quad (8)$$

$$P - Q = 10 \quad (9)$$

Para poder calcular el área de los dos triángulos que se forman cuando interaccionan estas 2 ecuaciones, debemos encontrar los puntos de equilibrio, o su punto de intersección.



Es por ello que procedemos a resolver el sistema de ecuaciones:

Tomamos la ecuación 9 y la incorporamos en la ecuación 8

$$(10 + Q) + 2Q = 100$$

$$3Q = 90$$

$$Q^* = 30$$

Una vez calculada una de las incógnitas, la reemplazamos en cualquiera de las ecuaciones en cuestión, en este caso utilizaremos la ecuación 9:

$$P = (Q^*) + 10$$

$$P = (30) + 10$$

$$P^* = 40$$

Con este resultado podemos calcular el área de los triángulos bajo la recta:

Triángulo 1

$$\begin{aligned} & \frac{(100 - P^*) * Q^*}{2} \\ & \frac{(100 - 40) * 30}{2} \\ & \frac{(60) * 30}{2} \\ & \frac{1800}{2} = 900 \end{aligned}$$

Triángulo 2

$$\begin{aligned} & \frac{(P^* - 10) * Q^*}{2} \\ & \frac{(40 - 10) * 30}{2} \\ & \frac{(30) * 30}{2} = 900 \\ & \frac{900}{2} = 450 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el área del **Triángulo 1** es **900** y el área del **Triángulo 2** es **450**



4. Dos ejemplos sencillos

1. Sean dos funciones lineales denotadas por:

$$\begin{aligned}Q &= P \\Q &= 24 - 2P\end{aligned}$$

- a Grafique ambas rectas y encuentre su solución, si es que existe.
- b Calcule el área que se genera entre los triángulos que se generan entre los puntos de solución de estas dos rectas.

2. Sean dos funciones lineales de la forma:

$$\begin{aligned}P &= 50 + Q \\P &= 100 - Q\end{aligned}$$

- a Grafique y calcule la solución de este sistema.
- b Calcule el área que se genera entre los triángulos que se generan entre los puntos de solución de estas dos rectas.