

## Ejercicios ayudantía 7

1. Demuestre que  $|z + w|^2 + |z - w|^2 = 2(|z|^2 + |w|^2)$ .
2. Determine un complejo  $z$  tal que  $|z| = \frac{1}{|z|} = |1 - z|$ .
3. Sea  $z \in \mathbb{C}$  tal que  $|z| = 1$  y sean  $z, w \in \mathbb{C}$ . Muestre que

$$\left| \frac{z + w}{\bar{z}w + 1} \right| = 1 .$$

4. Hallar la fórmula trigonométrica de :

- (a)  $\sqrt{3} + i$ .
- (b)  $-\sqrt{3} + i$ .
- (c)  $17i$ .
- (d)  $8$ .
- (e)  $-2i$ .

5. Calcule:

- (a)  $\sqrt[3]{-8i}$ .
- (b)  $\sqrt[5]{1}$ .
- (c)  $\sqrt[5]{-32}$ .

6. Si  $\omega$  es una raíz compleja de la unidad, muestre que:

- (a)  $(1 + \omega^2)^4 = \omega$ .
- (b)  $(1 - \omega + \omega^2)(1 + \omega - \omega^2) = 4$ .
- (c)  $(2 + 2\omega + 5\omega^2)^6 = 729$ .

7. Calcular  $(3\text{cis}\frac{\pi}{6})(2\text{cis}\frac{\pi}{2})^2$  y  $\frac{(3\text{cis}\frac{5\pi}{6})}{(6\text{cis}\frac{\pi}{6})}$ .

8. Sea  $z = \left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^n + \left(\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right)^n$ . Muestre que  $z = 2$  si  $n$  es múltiplo de 3 y  $z = -1$  en otro caso.