

Ejercicios ayudantía 5

- Para las siguientes hipérbolas, encuentre los focos, rectas directrices y rectas asíntotas:
 - $x^2 - 2y^2 = 1$.
 - $(x - 1)^2 - (y - 3)^2 = 16$.
 - $2y^2 - 4x^2 = 12$.
- Se define el lado recto de una hipérbola exactamente igual que en la elipse. Muestre que el segmento definido como tal tiene longitud $\frac{2b^2}{a}$.
- Los vértices de una hipérbola son los puntos $V_1 = (-1, 3)$ y $V_2 = (3, 3)$ y su excentricidad $e = \frac{3}{2}$. Hallar la ecuación de la hipérbola, las coordenadas de sus focos y la longitud de un lado recto.
- Hallar la ecuación de la hipérbola que tiene por focos y vértices los vértices y focos (respectivamente) de la elipse de ecuación $\frac{x^2}{25^2} + \frac{y^2}{9^2} = 1$. Encuentre las ecuaciones de las asíntotas a la hipérbola.
- Sea la hipérbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Usando su foco $F = (c, 0)$ como centro, se describe una circunferencia con radio $r = b$. Demostrar que la circunferencia es tangente a las asíntotas en los puntos en que ésta corta a la directriz de la hipérbola.
- Demuestre que $(\cot \alpha - \cot 2\alpha)(\sin \alpha + \sin 3\alpha) = 2 \cos \alpha$.
- Muestre las siguientes identidades:
 - $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$.
 - $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$.
 - $\cos u + \cos v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$.
 - $\cos u - \cos v = -2 \sin \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$.
 - $\cos x = f(\tan \frac{x}{2})$ (Encuentre f).
 - Si $x > 0$, entonces: $\arctan x = \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$.