Ejercicios ayudantía 3

1. Dada la recta $(a - 2)x + (1 - 3a)y + a + 1 = 0$. Determine a de modo que la recta:
 - (a) Pase por el punto $(-2, 1)$.
 - (b) Tenga pendiente $\frac{2}{3}$.
 - (c) Sea perpendicular a la recta $ax - 2y + 10 = 0$.
2. Se trazan perpendiculares desde el origen a las rectas L_1 y L_2 , de ecuaciones $x + 2y = 10$ y $2x + y = 10$ respectivamente. Determine la ecuación de la recta que une los pies de estar perpendiculares y la distancia entre ellos.
3. Sea $P = (a, b) \in \mathbb{R}^2$ y $L : y = mx + n$ una recta tal que $P \notin L$. Si se define la distancia entre P y L ($d(P, L)$) como la mínima distancia entre el punto P y los puntos de L (se escribe $d(P, L) = \min_{P' \in L} \{d(P, P')\}$).
Deducir usando lo que sabemos de distancias y ecuación de la recta que

$$d(P, L) = \frac{|ma - b + n|}{\sqrt{1 + m^2}} .$$

4. Determine la ecuación de la circunferencia:
 - (a) Que pasa por los puntos $P_1 = (2, -1)$, $P_2 = (0, 2)$ y $P_3 = (-3, 0)$.
 - (b) Que pasa por los puntos $P_1 = (2, 3)$, $P_2 = (0, -1)$ y $P_3 = (-2, 1)$.
 - (c) Con centro sobre la recta $x + y = 2$ y que pasa por los puntos $P_1 = (-3, 0)$ y $B(2, -1)$
 - (d) Que es tangente a los ejes coordenados y pasa por el punto $P = (2, 1)$.
5. Encontrar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto de intersección de las rectas $L_1 : x - y = 1$, $L_2 : 2x + 3y = 22$ y es tangente a la recta $L_3 : 3x + 4y = 16$. Encuentre también una recta L_4 paralela a L_3 tal que sea tangente a la circunferencia mencionada.
6. Hallar la ecuación de la parábola cuyo eje es paralelo al eje X y que pasa por los puntos $P_1 = (0, 0)$, $P_2 = (8, -4)$ y $P_3 = (3, 1)$.

7. Dada la parábola de ecuación $y^2 - 2x + 6y + 9 = 0$, determinar para cuáles k se tiene que la recta $y = 2x + k$ es tal que:
- (a) Corta a la parábola en dos puntos distintos.
 - (b) Es tangente a la parábola.
 - (c) No corta a la parábola.
8. Sea la parábola de ecuación $x^2 + 4x + 4y - 5 = 0$. Encuentre su foco, directriz y vértice.