Universidad de Chile
Programa Académico de Bachillerato
Álgebra, primer semestre 2020

Ejercicios ayudantía 2

1. Simplificar y calcular según corresponda:
   (a) $\frac{n!-(n-1)!}{(n-1)!}$.
   (b) $\binom{14}{8}$.
   (c) $\binom{8}{4}+2\binom{8}{5}+3\binom{8}{6}$.
   (d) $\binom{4n}{3n}\binom{3n}{2n}\binom{2n}{n}$.

2. Usando el teorema del Binomio de Newton, desarrollar:
   (a) $(3x+2y)^6$.
   (b) $(1-x)^7$.
   (c) $(\sqrt{x}+\frac{1}{x})^6$.
   (d) $(x^3+\frac{1}{x})^6$.
   (e) $\sum_{k=1}^{5}\binom{8}{k}$.
   (f) $\sum_{k=1}^{92}\binom{98}{k}$.
   (g) $\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}2^k$.

3. En el desarrollo de $\left(\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{3x}\right)^9$, hallar el quinto término en la expansión del binomio, el término que contiene a x^5 y el término independiente de x.

4. Encontrar el coeficiente de x^n en $(1-x+x^2)(1+x)^{2n+1}$.

5. Demostrar que para todo $n \in \mathbb{N}$ se cumplen las siguientes;
   (a) $n(1+x)^{n-1}=\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k}$.
   (b) $\sum_{k=1}^{n} k^2\binom{n}{k}=n2^{n-1}+n(n-1)2^{n-2}$.
   (c) $\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}k\binom{n}{k}=0$