



Trabajo en Clases 11
Funciones inversas y trigonometría
15/08/2020

(I.1) Considere la función $f: [-2, +\infty[\rightarrow]-\infty, 1]$ definida por $f(x) = -3x^2 - 12x - 11$.

- (i) Escriba f en su forma canónica y esboce su gráfico. ¿Es f una función inyectiva y/o epiyectiva? ¿Es biyectiva?
- (ii) Dado el análisis del ítem anterior, ¿existe la función inversa de f ? Si su respuesta es afirmativa, determine los conjuntos $\text{Dom}(f^{-1})$ y $\text{Cod}(f^{-1})$.
- (iii) Escriba $y = f(x)$ y despeje x en términos de y (les resultará más fácil si escribe $f(x)$ en su forma canónica). Concluya la fórmula de f^{-1} .
- (iv) Demuestre que

$$(f^{-1} \circ f)(x) = x, \quad \text{para todo } x \in \text{Dom}(f) \quad \text{y} \quad (f \circ f^{-1})(x) = x, \quad \text{para todo } x \in \text{Dom}(f^{-1}).$$

- (v) A partir del gráfico de f , y reflejando con respecto a la recta diagonal $y = x$, deduzca el gráfico de f^{-1} .

(I.2) Considere la función $g:]-\infty, -1[\rightarrow]2, +\infty[$ definida por $g(x) = \frac{2x-2}{x+1}$.

- (i) Muestre que g es biyectiva y determine su función inversa, explicitando su dominio, codominio y regla de asignación.
- (ii) Esboce la gráfica de la función g^{-1} .

(II.1) Considere la función sinusoidal $f: \left[-\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ cuya fórmula es

$$f(x) = -2 \sin(4x + \pi) + 1.$$

- (i) Calcule los valores $f(-\frac{\pi}{12})$, $f(\frac{5\pi}{16})$ y $f(\frac{11\pi}{24})$.
- (ii) Para determinar la gráfica de f realizaremos los siguientes pasos:
 - a) Escriba f en su forma canónica.
 - b) Esboce el gráfico de la función seno.
 - c) Encuentre el periodo de $\sin(4x)$ y esboce su gráfico. ¿Qué puede observar en comparación a la gráfica de la función anterior?

- d) Esboce el gráfico de $\sin(4(x + \frac{\pi}{4}))$. ¿Qué puede observar en comparación a la gráfica de la función anterior?
 - e) Esboce el gráfico de $-2\sin(4(x + \frac{\pi}{4}))$. ¿Qué puede observar en comparación a la gráfica de la función anterior?
 - f) Esboce el gráfico de $-2\sin(4(x + \frac{\pi}{4})) + 1$. ¿Qué puede observar en comparación a la gráfica de la función anterior?
 - g) Concluya el gráfico de f .
 - (iii) Encuentre el máximo y el mínimo de f y aquellos valores del dominio de f donde estos son alcanzados.
 - (iv) ¿Cuáles son $x \in \text{Dom}(f)$ tales que $f(x) = 1$?
 - (v) **Desafío:** Determine los $x \in \text{Dom}(f)$ tales que $f(x) = 1 - \sqrt{3}$.
- (II.2) En un estudio sobre la salud de los profesores de Bachillerato, al profesor Alejandro se le midió su presión sanguínea durante 6 segundos. El análisis arrojó que la fórmula de la presión $P(t)$ de Alejandro, medida en milímetros de mercurio [mmHg], a medida que transcurre el tiempo t , medido en segundos, está dada por

$$P(t) = 20 \cos\left(\frac{5\pi}{3}t\right) + 100.$$

- (i) Defina una función que modele la presión sanguínea del profesor con respecto al tiempo, y esboce su gráfico.
- (ii) ¿En qué segundos se alcanza la máxima presión, y la mínima presión?
- (iii) ¿En qué segundos la presión sanguínea de Alejandro es de 110 [mmHg]?