



Taller de ayudantía 10
Funciones inversas y trigonometría
03/08/2020

En este taller buscaremos condiciones suficientes para determinar las funciones inversas de un modelo cuadrático y otro racional. También estudiaremos a las funciones trigonométricas a partir del círculo unitario y realizaremos la gráfica de una función sinusoidal, identificando sus valores extremos y dónde éstos son alcanzados. Finalmente, resolveremos un problema contextualizado utilizando las funciones trigonométricas.

Objetivos:

- Decidir si una función es invertible y encontrar su función inversa.
- Comparar el gráfico de una función con el de su inversa.
- Identificar ángulos notables en la circunferencia unitaria y sus respectivas evaluaciones bajo las funciones trigonométricas.
- Graficar una función sinusoidal y reconocer sus valores extremos.
- Deducir e interpretar información de un problema contextualizado aplicando funciones trigonométricas.

Ejercicios Propuestos

1. Considere las siguiente funciones

i) $f:] - \infty, a] \rightarrow [4, +\infty[$, $f(x) = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 2$,

ii) $g: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{b\}$, $g(x) = \frac{1}{x - 2} - 4$,

donde a y b son números reales fijos.

- Determine las constantes a y b de tal manera que f y g sean funciones invertibles. Justifique su afirmación.
- Encuentre la función inversa de f y la inversa de g indicando dominio, codominio y regla de asignación.

- En un mismo plano esboce las gráficas de f y f^{-1} . Haga lo mismo con g y g^{-1} .
2. Decida la veracidad de las siguientes proposiciones. Justifique cualquiera sea su respuesta.
- a) Existe $\alpha \in \mathbb{R}$ que cumple con $\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ y $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
 - b) La cantidad de $\alpha \in \mathbb{R}$ que cumplen con $\sin(\alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ y $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ es infinita.
 - c) Si $\alpha \in \mathbb{R}$ es tal que $\sin(\alpha) = -\frac{1}{2}$, entonces el valor de $\cos(\alpha)$ está unívocamente determinado.
3. Considere la función sinusoidal $f: [-4, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ definida como $f(x) = -2 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 1$. Se requiere esbozar la gráfica de f , presentando los puntos donde ésta interseca los ejes coordenados. A partir de la gráfica, determine los valores máximo y mínimo de f , así como también los puntos del dominio de f donde éstos se alcanzan.
4. Para una persona en reposo, la velocidad ν (en litros por segundo) del flujo de aire dentro y fuera de los pulmones durante un ciclo respiratorio en función del tiempo t (medido en segundos), se modela de acuerdo al siguiente gráfico

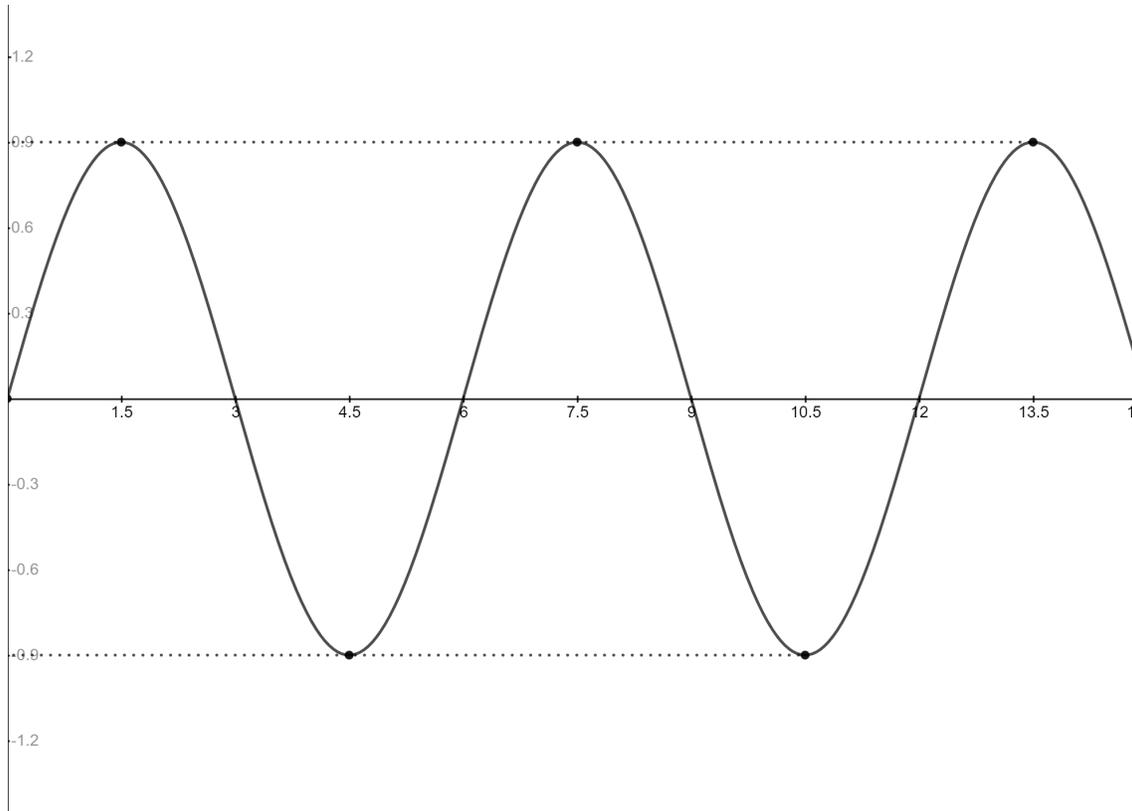


Figura 1: Gráfico de ν .

donde la inhalación ocurre cuando $\nu(t) > 0$ y la exhalación ocurre cuando $\nu(t) < 0$.

- a) Encuentre la regla de asignación ν sabiendo que éste un modelo sinusoidal.
- b) ¿Cuánto tiempo tarda un ciclo respiratorio completo?
- c) ¿Cuál es el número de ciclos por minuto?

«Hay gente que dice: “nunca voy a necesitar las matemáticas”[...]. Incluso puede que tú nunca hayas aprendido algo de matemáticas. Ahí está el truco: vayas o no a usar las matemáticas en tu vida, el hecho de que hayas sido capaz de entenderlas deja una huella en tu cerebro que no existía antes, y esa huella es la que te convierte en un solucionador de problemas.»