



Taller de Ayudantía 6

Axioma del supremo, algoritmo de euclides, teorema del factor y de las raíces racionales

8/06/2020

En este taller, comenzaremos trabajando con los conceptos de cotas inferiores y superiores, supremo e ínfimo, máximo y mínimo. Además, trabajaremos con polinomios, en particular aplicaremos el algoritmo de la división de Euclides para factorizarlos o escribirlos de una manera conveniente. La aplicación del teorema del resto nos permitirá resolver problemas en los que se requiere determinar un polinomio que satisface ciertas condiciones de divisibilidad. Finalmente, a través de un problema de planteamiento, determinaremos las raíces racionales de un polinomio, y a partir de su factorización en factores irreducibles, determinaremos los valores donde la expresión polinomial satisface una relación de orden.

Objetivos:

1. A partir del conjunto solución de una inecuación, encontrar los conjuntos de cotas superiores e inferiores, y si es que existen, máximo, mínimo, supremo e ínfimo.
2. Determinar los números reales donde una expresión polinomial satisface ciertas condiciones.
3. Factorizar polinomios.
4. Resolver problemas aplicando el algoritmo de la división y el criterio de las raíces racionales.

Ejercicios Propuestos

1. Considere la siguiente inecuación:

$$|x - 8| \leq \frac{8}{x - 2}$$

- a) Hallar el conjunto solución S de la inecuación anterior.
 - b) Hallar los conjuntos de cotas superiores e inferiores de S.
 - c) Encuentre, si es que existen, el supremo, ínfimo, máximo y mínimo de S.
2. a) Determine los números $a, b \in \mathbb{R}$ para que el polinomio $x^3 + ax^2 + bx + 5$ sea divisible por $x^2 + x + 1$.

b) Encuentre los números $a, b \in \mathbb{R}$ tales que el polinomio

$$p(x) = ax^2 + bx + 4$$

sea divisible por $x + 2$ y los restos obtenidos al dividirlo por $x + 1$ y $x + 3$ sean iguales.

- Sean $x - 2$ y $x - 5$ factores de un polinomio $p(x)$ mónico de grado 3. Si se sabe que al dividir el polinomio por $x + 4$ se obtiene como resto -54 , determine explícitamente el polinomio $p(x)$.
- Una comerciante del rubro deportivo se dedica a la venta de trotadoras. Si x representa la cantidad de trotadoras, la ganancia mensual (en miles de pesos) está modelada por la siguiente ecuación:

$$T(x) = 10x^3 + 30x^2 - 100x - 240.$$

¿Cuál es la cantidad mínima que tiene que vender para obtener alguna ganancia?

A veces es un cambio de enfoque, a veces es un cambio de energía, a veces es cometer un error, a veces es cometiendo error tras error.