



Taller de ayudantía 2
Aproximación afín y criterios de la primera derivada
07/07/2019

En este taller, calcularemos la recta tangente a la gráfica de f en un punto $(x_0, f(x_0))$. Además, utilizando lo anterior, aproximaremos ciertos valores de la función f para puntos cercanos a x_0 . Finalmente, aplicaremos el criterio de la primera derivada para encontrar los intervalos de crecimiento de una función y los máximos y mínimos relativos (locales).

Objetivos:

- Derivar funciones aplicando las reglas de derivación.
- Calcular la recta tangente al gráfico de f y utilizarla para obtener una aproximación lineal.
- Analizar los intervalos de crecimiento de una función para determinar la epiyectividad e inyektividad de ésta.

Ejercicios Propuestos

1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x - \sqrt{3})^2 - 1$.

Encuentre las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de f en los puntos $x_0 = \frac{11\sqrt{3}}{12}$ y $x_1 = 2\sqrt{3}$. Muestre que tales rectas son perpendiculares.

[Hint]: Dos rectas son perpendiculares si el producto de sus pendientes es igual a -1 .

2. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \sin(x) \cos(x)$.

- (i) Encuentre la recta tangente al gráfico de f en $x = \frac{\pi}{6}$.
- (ii) Utilizando el ítem anterior, aproxime el valor numérico de $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

Observación: Para calcular el valor del ítem (ii), aproxime π a 3,14 y $\sqrt{3}$ a 1,73.

3. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = x^3 - x^2 - 5x - 6$.

- a) Determine el(los) punto(s) $c \in \mathbb{R}$ tal(es) que $f'(c) = 0$.

- b) A partir del ítem a), determine el conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} \mid f'(x) > 0\}$.
- c) A partir del ítem a), determine el conjunto $H = \{x \in \mathbb{R} \mid f'(x) < 0\}$.
- d) Utilizando lo anterior, determine los intervalos de crecimiento de f y sus máximos y mínimos locales (si es que existen).

4. Considere $f:]1, +\infty[\rightarrow [0, +\infty[$, dada por $f(t) = \sqrt[4]{\frac{t^3 + 1}{t^3 - 1}}$

a) Calcule los siguientes límites

(i) $\lim_{t \rightarrow 1^+} f(t)$.

(ii) $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$.

- b) Determine los intervalos de crecimiento de f y sus máximos y mínimos locales (si es que existen).
- c) ¿Es f inyectiva? Justifique su respuesta.
- d) ¿Es f epiyectiva? Justifique su respuesta.

Ejercicios Opcionales

1. Considere $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$.

- a) Determine el máximo dominio de f .
- b) Calcule los siguientes límites

(i) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

(iii) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$.

(v) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ii) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

(iv) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$.

(vi) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

- c) Determine los intervalos de crecimiento de f y sus máximos y mínimos locales (si es que existen).
- d) ¿Es f biyectiva?

2. ¿Cuántas rectas tangentes a la curva $y = \frac{x}{x+1}$ pasan por el punto (1,2)? ¿En cuáles puntos estas tangentes cortan a la curva?

*El mejor día es en el que el alma tiene hambre y sed
No olvides lo aprendido, no dejes de comprender.*