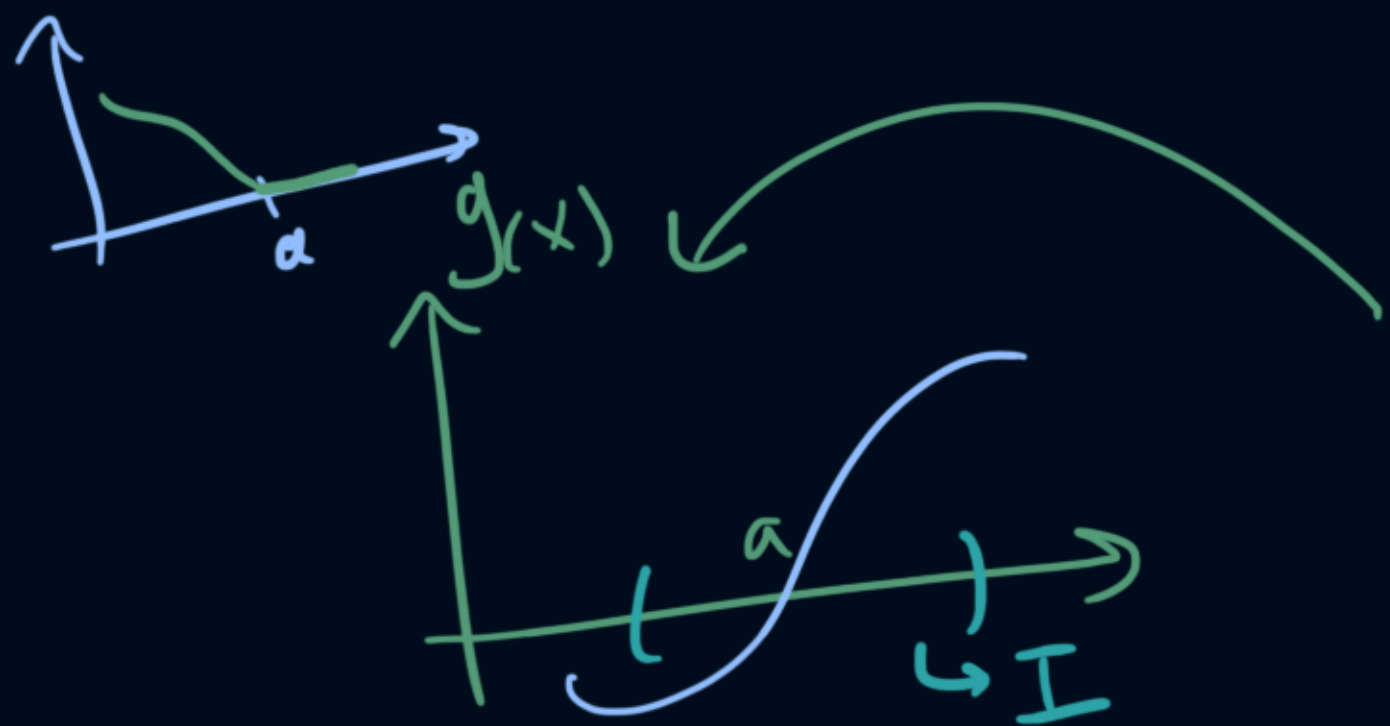


Calculamos el Limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(3x)}{\operatorname{tg}(5x)}$$



$x \neq a \in I, g(x) \neq 0.$

Recordatorio, requisitos para usar
L'Hôpital: $\left(\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \right)$

① $f(a) = 0$ y $g(a) = 0$

② a es un cero aislado de
La función g .

③ f, g diferenciables en $x = a$

④ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ existe.

① $f(a) = g(a) = 0$

$$\left\{ \frac{\text{sen}(3x)}{\text{tg}(5x)} \right\}$$

- $\text{sen}(3 \cdot 0) = \text{sen}(0) = 0$

- $\text{tg}(5 \cdot 0) = \text{tg}(0) = \frac{\text{sen}(0)}{\text{cos}(0)} = \frac{0}{1} = 0.$

② busquemos x tales que $\text{tg}(5x) = 0.$

$\hookrightarrow \text{tg}(5x) = 0 \Rightarrow \frac{\text{sen}(5x)}{\text{cos}(5x)} = 0 \rightarrow \text{sen}(5x) = 0$

$5x = k\pi \rightarrow x = k \frac{\pi}{5} \rightarrow \left\{ \dots, -\frac{\pi}{5}, 0, \frac{\pi}{5}, \dots \right\}$



En torno a $x=0$, podemos tomar el intervalo $I =]-\frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{5}[$. De este modo, se cumple que $\forall x \neq 0 \in I, \operatorname{tg}(5x) \neq 0$.

$\therefore x=0$ es un cero aislado de $\operatorname{tg}(5x)$.

③ notemos que $(\operatorname{sen}(3x))' = \cos(3x) \cdot 3$ está bien definida en $x=0$. Por lo tanto, $\operatorname{sen}(3x)$ es diferenciable en 0.

Análogamente, $(\operatorname{tg}(5x))' = (1 + \operatorname{tg}^2(5x))5$,
está bien def. siempre que $\operatorname{tg}(5x)$ esté
bien definida. cosa que sucede cuando.

$$\cos(5x) \neq 0. \rightarrow 5x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$



$$\rightarrow x \neq \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5}.$$

OBS: $x=0$ no es uno de
estos ptos.

$$(\operatorname{tg}(x))' = 1 + \operatorname{tg}^2(x).$$

$$\left. \begin{aligned} (\operatorname{sen}(3x))' &= \cos(3x) \cdot 3 \\ (\operatorname{tg}(5x))' &= (1 + \operatorname{tg}^2(5x)) \cdot 5 \end{aligned} \right\}$$

Aplicamos

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cos(3x)}{5(1 + \operatorname{tg}^2(5x))} = \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x)}{1 + \operatorname{tg}^2(5x)}$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{1+0} = \frac{3}{5} \cdot 1 = \frac{3}{5}.$$

°° Por R. de L' Hôpital,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(3x)}{\text{tg}(5x)} = \frac{3}{5}.$$