Universidad de Chile
Programa de Bachillerato
Matemáticas 2
Segundo semestre de 2019

Taller de ayudantía 14
Convergencia de Series

18/12/2019

En general es difícil hallar el valor exacto de una serie, no obstante, se vió en clases que esto es posible para algunas series, por ejemplo las series geométricas y las series telescópicas.

Por otra parte, para determinar si una serie es convergente sin calcular su valor, se vió un criterio de convergencia para series cuyos términos son positivos, llamado criterio de la integral.

Otros criterios que se utilizan para analizar la convergencia de series de términos tanto positivos como negativos son: el criterio del término general, de la razón, de la raíz, y de las series alternantes.

En los siguientes ejercicios deberás aplicar estos criterios para calcular su valor y/o analizar su convergencia.

Objetivos:

- Calcular el valor de series notables como geométrica y telescópica.
- Analizar la convergencia de series aplicando criterios de convergencia.

Ejercicios Propuestos

1. Analice la convergencia de las siguientes series, en caso de converger, determine su valor:

   a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}.$$

   b)
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{10 \cdot 2^n + 5 \cdot (-3)^n}{20 \cdot 3^n}.$$

2. Aplique algún criterio para establecer si las siguientes series convergen.

   a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{\ln(n+1)}}.$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n}.$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{(n+2)!}.$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n \cdot \frac{n}{n^2+1}.$$

3. Encuentre el conjunto de números reales x para los cuales la serie dada converge.

a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{2^{2n}}.$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!\, x^n}{(3n)!}.$$

Problemas Opcionales

- Demuestre que la siguiente serie es convergente.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n!}{n^n} + \frac{n^k}{a^n}\right), \qquad a > 1, \quad k \in \mathbb{R} - \{0\}.$$

- Demuestre que $0,2\overline{5} = \dfrac{23}{90}$.

La causa es el trabajo, el triunfo la consecuencia.