Universidad de Chile
Programa de Bachillerato
Matemáticas 2
Segundo semestre de 2019

Taller de ayudantía 15
Polinomio y serie de Taylor

25/12/2019

En este taller, buscaremos para una función suficientemente "suave", su polinomio de Taylor asociado centrado en c. Cuando $c = 0$ se denomina polinomio de Maclaurin Y bajo condiciones mucho más exigentes sobre la función dada, determinaremos su serie de Taylor o Maclaurin asociada. Estos resultados nos permitirán obtener valores aproximados de evaluaciones de funciones.

Objetivos:

- Encontrar el polinomio y la serie de Taylor de una función centrada en c.
- Aproximar valores de funciones mediante el polinomio de taylor de un grado específico y centrado en c.

Ejercicios Propuestos

1. Encuentre el polinomio de Taylor de grado n, centrado en c para la función dada:

   a) $f(x) = \sqrt{x}, \quad n = 4, \quad c = 4$ y aproxime el valor de $f(4{,}1)$.

   b) $f(x) = x^2 sen(x), \quad n = 3, \quad c = \pi$ y aproxime el valor de $f(3)$.

2. Encuentre el desarrollo en serie indicado, para:

   a) $f(x) = \dfrac{1}{1+x}$, Maclaurin.

   b) $f(x) = e^{-x^2}$, Maclaurin.

   c) $f(x) = ln(x)$, Taylor en $c = 1$.

   d) $f(x) = ln(1-x)$, Maclaurin.

Problemas Opcionales

- Determine para que valores $x \in \mathbb{R}$ la siguiente serie converge:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3x)^n}{(2n)!}.$$

- Dado que el desarrollo en serie de e^x centrado en $c = 0$ está dada por:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}.$$

  Determine el desarrollo en serie de:

$$g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2},$$

  y demuestre que la serie converge para todo $x \in \mathbb{R}$. Usando el polinomio de grado 3, estime $g(0{,}1)$.

La causa es el trabajo, el triunfo la consecuencia.