Universidad de Chile
Programa de Bachillerato
Matemáticas 2
Segundo semestre de 2019

Taller de ayudantía 11
Métodos de Integración

16/10/2019

En este taller, calcularemos áreas de regiones acotadas por ciertas curvas, como también, si una región del plano se gira entorno al eje X, se forma un sólido de revolución, el propósito entonces en este taller, es que puedas calcular el volumen de dicho sólido.
En varias ocasiones has utilizado la fórmula $2\pi r$ para determinar el perímetro de una circunferencia, ¿cómo podrías demostrar este resultado?

Objetivos:

- Utiliza la integral para determinar el área acotada de una región R.
- Utiliza la integral para determinar el volumen de un sólido de revolución, obtenido al girar una región acotada R respecto del eje X.
- Utiliza la integral para determinar la longitud de una curva.

Ejercicios Propuestos

1. Encuentre el área de la región del plano acotada entre las curvas:

   $y = x\,e^{-x}$; $y = x^2\,e^{-x}$; $x = 0$ y $x = 4$.

2. Determine el área de la región acotada por las curvas:

$$y = -\ln(x), \quad y = \ln(2x-8), \quad y = 0.$$

3. Calcular el volumen del sólido que se genera al girar entorno al eje X, la región del plano acotada por las siguientes curvas:

$$y = \sqrt{x}\,e^{-x}, \; y = 0, \quad x = 0, \quad x = \ln(10).$$

4. La longitud de una curva $y = f(x)$ para $x \in [a,b]$ se obtiene a partir de la expresión:

$$L(f) = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\; dx.$$

   Hallar la longitud de arco de la siguiente curva:
   $6xy = x^4 + 3$ desde $x = 1$ hasta $x = 8$.

Problemas opcionales

- La forma de un depósito en el ala de un avión se obtiene al girar la región acotada por: $y = \frac{1}{8}x^2\sqrt{2-x}$ y el eje X, alrededor del eje X. Calcular el volumen del estanque.

- Halle el volumen del sólido de revolución que se forma al girar alrededor del eje X, la región R acotada por las curvas dadas.

$$y = \frac{1}{\sqrt{e^x + e^{-x}}}, \quad x = 0, \quad x = 2, \quad y = 0.$$

- Demuestre la fórmula del perímetro de la circunferencia.

La causa es el trabajo, el triunfo la consecuencia.