



Taller de ayudantía 8
Funciones Logaritmo y Exponencial
25/09/2019

En este taller, aplicaremos las reglas de derivación, la derivación logarítmica, regla de L'Hopital y los criterios de la primera y segunda derivada para analizar funciones cuya regla de correspondencia incluye a las funciones logaritmo y exponencial. También, aplicando el teorema fundamental, resolveremos integrales definidas que involucran a funciones logarítmicas y exponenciales.

Objetivos:

- Calcular primeras derivadas aplicando las reglas de derivación.
- Realizar análisis gráfico de funciones que incluyen en su regla de correspondencia a las funciones logaritmo y exponencial.
- Aplicar derivada logarítmica para calcular la función derivada de una función.
- Aplicar el cálculo diferencial y/o la integral definida para resolver problemas.
- Calcular el valor promedio de una función en un intervalo cerrado.

Ejercicios Propuestos

1. a) Determine el conjunto de los números reales x para los cuales $h(x) = \ln(\sec(x) + \tan(x))$ es un número real y calcule h' .

b) Determine el conjunto de los números reales x para los cuales $g(x) = \frac{x(x-1)^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{x+1}}$ es un número real y calcule su primera derivada utilizando derivación logarítmica.

2. Si un medicamento se inyecta en la corriente sanguínea su concentración, t minutos después, se modela mediante

$$C(t) = \frac{k}{b-a}(e^{-at} - e^{-bt}), t \geq 0$$

donde a, b, k son constantes positivas y $a < b$.

a) Demuestra que la concentración es máxima cuando

$$t = \frac{\ln(b) - \ln(a)}{b-a} = M.$$

- b) Demuestra que C tiene un único punto de inflexión, que corresponde al punto donde $t = 2M$.
(Este se considera el instante en que comienza a disminuir el efecto de la droga.)
3. Grafique la función $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 \ln(x)$. Debe indicar, si es que existen: intersección con los ejes, asíntotas verticales, asíntotas horizontales, intervalos de monotonía, extremos locales y absolutos, intervalos de concavidad y puntos de inflexión.
4. Calcule el promedio de la función $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} + 3x \cdot 2^{x^2}$ sobre el intervalo $[0, 1]$.

*Y verás que tú puedes volar y que todo lo consigues
porque hoy vas a sonreír, hoy te toca ser feliz!*