Universidad de Chile
Programa de Bachillerato
Matemáticas 2
Segundo semestre de 2019

Taller de ayudantía 3
Gráfico de funciones, optimización y derivación implícita

14/08/2019

En este taller, esbozaremos el gráfico de ciertas funciones utilizando la derivada como herramienta. Además, calcularemos las posibles asíntotas horizontales y/o verticales que estas funciones puedan tener.
Por otro lado, Aplicaremos el cálculo diferencial para optimizar ciertas funciones en problemas contextualizados. Finalmente, encontraremos rectas tangentes de cierta función utilizando derivación implícita.

Objetivos:

- Graficar funciones aplicando la derivada como herramienta.
- Calcular límites para encontrar asíntotas horizontales y/o Verticales.
- Optimizar funciones aplicando el cálculo diferencial
- Aplicar la derivación implícita para calcular la recta tangente al gráfico de una función.

Ejercicios Propuestos

1. Considere la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 3x^5 - 5x^3$.

   (i) Determine los intervalos de monotonía de f y sus máximos y/o mínimos locales.

   (ii) Determine los intervalos de concavidad de f y sus puntos de inflexión.

   (iii) Encuentre asíntotas verticales y/u horizontales de f (si es que existen).

   (iv) Calcule los puntos de intersección de la gráfica de f con los ejes coordenados. Esboce la gráfica de la función f utilizando la información obtenida en los ítems anteriores.

2. Considere la función $f\colon \mathbb{R} - \{-1\} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^2$.

   (i) Determine los intervalos de monotonía de f y sus máximos y/o mínimos locales.

   (ii) Determine los intervalos de concavidad de f y sus puntos de inflexión.

   (iii) Encuentre asíntotas verticales y/u horizontales de f (si es que existen).

   (iv) Calcule los puntos de intersección de la gráfica de f con los ejes coordenados. Esboce la gráfica de la función f utilizando la información obtenida en los ítems anteriores.

3. Se quiere construir un recipiente cilíndrico metálico cerrado (con dos tapas), de base circular y de 125 centímetros cúbicos de volumen. Hallar las dimensiones que debe tener el cilindro (radio y altura) para que la cantidad de metal (área del cilindro) sea mínima.

4. Dada la curva definida por

$$y^3 + 3y^2 = x^4 - 3x^2.$$

   a) Obtener la ecuación de su recta tangente en el punto (-2, 1).
   b) Determinar en cuántos puntos esta curva tiene rectas tangentes horizontales y calcular las abscisas de dichos puntos.

Si realmente amas lo que haces, ni los lunes te quitan la sonrisa.