

Guía 1
 Álgebra Lineal
 Lic. Matemáticas, Lic. Física
 Primer Semestre 2016
 Álvaro Castañeda G.

- (i) Sea $V = \mathbb{R}^2$ y definamos las operaciones

$$(x_1, x_2) + (y_1, y_2) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2)$$

$$\alpha(x_1, x_2) = (\alpha x_1, 0) \text{ para } \alpha \neq -1 \text{ y } -(x_1, x_2) = (-x_1, -x_2).$$

Es V espacio vectorial con estas operaciones? Justifique su respuesta.

- (ii) Sea $(V, +, \cdot)$ un espacio vectorial sobre un cuerpo cualquiera K . Pruebe que $\alpha \cdot v = 0$ si y sólo si $\alpha = 0$ ó $v = 0$.

- (iii) Muestre que $\mathbb{R}^n$, $M(m \times n)$ y $\mathcal{F}(X, \mathbb{R})$ son espacios vectoriales.

- (iv) Sea V el conjunto de todos los pares (x, y) de números reales. Defina

$$(x, y) + (x_1, y_1) = (x + x_1, y + y_1)$$

$$c(x, y) = (cx, y).$$

¿ Es V , con estas operaciones, un espacio vectorial sobre los números reales ?

- (v) En $\mathbb{R}^n$, defina dos operaciones

$$\alpha \oplus \beta = \alpha - \beta$$

$$c \cdot \alpha = -c\alpha.$$

¿Cuál de los axiomas para un espacio vectorial son satisfechas por $(\mathbb{R}^n, \oplus, \cdot)$?

- (vi) Sea V el conjunto de pares (x, y) de números reales. Defina

$$(x, y) + (x_1, y_1) = (x + x_1, 0)$$

$$c(x, y) = (cx, 0).$$

¿ Es V , con estas operaciones, un espacio vectorial sobre los números reales ?

- (vii) Dados los espacios vectoriales V_1, V_2 , considere el conjunto $V = V_1 \times V_2$, cuyos elementos son los pares ordenados $v = (v_1, v_2)$, con $v_1 \in V_1$ y $v_2 \in V_2$. Defina operaciones que hagan a V un espacio vectorial. Verifique la validez de cada uno de los axiomas y muestre que su definición se extiende para el caso de n espacios vectoriales $V_1, \dots, V_n$.

- (viii) Sean X un conjunto cualquiera y V un espacio vectorial. Muestre que, con las definiciones naturales, el conjunto $\mathcal{F}(X, V)$ de las funciones $f : X \rightarrow V$ es un espacio vectorial. Identifique los casos particulares en que $X = \{1, \dots, n\}$, $X = \mathbb{N}$, $X = \{1, \dots, m\} \times \{1, \dots, n\}$.